Licence A **Université Pierre et Marie Curie** **2000-2001**

Electromagnétisme et optique

Contrôle Continu

Jeudi 2 novembre 2000 à 14H30

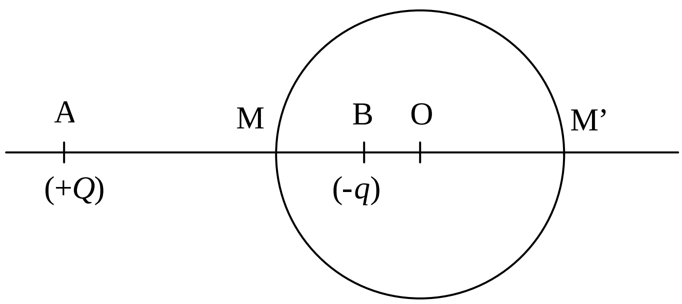
Amphi 22

Durée de l'épreuve : 1H30

Cours, documents et calculatrices autorisés.

1. <u>Préliminaires</u>

On considère deux charges ponctuelles de signes opposés $+Q$ au point A et $-q$ au point B. Nous admettons que l'équipotentielle zéro de ces deux charges est une sphère entourant la charge dont la valeur absolue est la plus faible ($q<Q$). Les deux charges sont distantes de h.

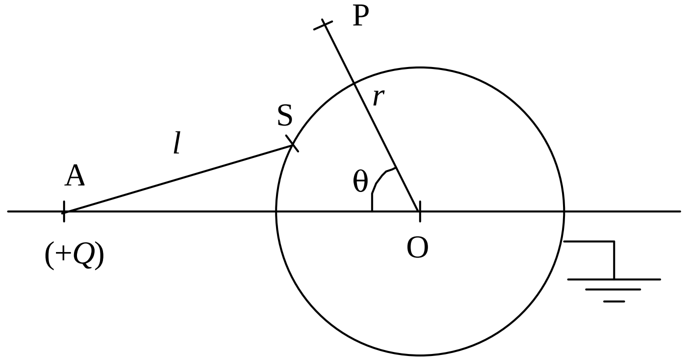


1.1 Calculer le rayon a de cette sphère en considérant les points d'intersection M et M' de la V=0) avec (AB).

1.2 Calculer la distance d=OB entre le centre de la sphère et la charge q.

2. <u>Problème</u>

Une sphère métallique, de rayon a et de centre O, liée au sol, est en présence d'une charge Q, placée en A à la distance D de son centre (D>a).



∝/∝

2.1 Déterminer la charge et la position (distance d par rapport au centre O de la sphère) de l'image de la sphère au potentiel zéro en regard de la charge Q.

2.2 Pour des raisons de symétrie, on travaillera dans le plan de la figure en coordonnées polaires. Montrer que le potentiel V en un point P quelconque extérieur à la sphère, repéré par ses coordonnées r et θ, s'écrit :

$$V(P) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[r^2 + D^2 - 2\,r\,D\cos\theta\right]^{-1/2} - \frac{a}{D}\left[r^2 + d^2 - 2\,r\,d\cos\theta\right]^{-1/2}\right\}.$$

2.3 Donner l'expression des composantes du champ électrostatique **E** au point P.

2.4 Montrer que la densité superficielle de charges σ(l) sur un point S de la sphère repéré par sa distance l de la charge Q s'écrit : $\sigma(l) = \dfrac{Q}{4\pi a\, l^3}(a^2 - D^2)$. Pour cela, on exprimera la distance BS en fonction de a, D et l.

2.5 Calculer la force **F** qu'exerce la charge $+Q$ sur la sphère.

3. <u>Problème bis</u>

La même sphère, en présence de la charge Q, est maintenant <u>isolée</u> et primitivement <u>neutre</u> (sa charge totale reste nulle). Pour résoudre ce nouveau problème, il suffit de procéder par superposition d'états d'équilibre à partir du problème précédent. On considère dans un premier temps la densité de charge σ qui apparaît à la surface de la sphère maintenue au potentiel zéro en présence de la charge Q (état d'équilibre du problème précédent). On isole alors la sphère en coupant la liaison avec la terre et on ajoute la densité de charge σ' nécessaire pour que la sphère soit globalement neutre (nouvel état d'équilibre).

3.1 Expliquer pourquoi σ' doit être uniforme et la calculer.

3.2 Déduire alors la répartition superficielle de charge $\sigma_2(l)$ en tout point S de la surface de la sphère.

3.3 En déduire le potentiel total V_2 créé en tout point P extérieur à la sphère par les deux distributions de charge σ et σ' superposées.

<u>Rappel</u> : relation dans un triangle quelconque : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.