Licence A **Université Pierre et Marie Curie** **2000-2001**

Electromagnétisme et optique

Corrigé du Contrôle Continu n° 2

Vendredi 15 décembre 2000

1. Energie rayonnée par une particule accélérée : diffusion par un atome cible (13 points)

Question 1 (1 point)

Potentiel électrique dans lequel est placé l'électron de charge q :

$$V(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Zq \ \frac{1}{x}.$$

Energie potentielle de l'électron :

$$E_p(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Zq \ q \ \frac{1}{x}.$$

Energie cinétique de l'électron :

$$E_c(x) = \frac{1}{2} m v^2(x).$$

Question 2 (1 point)

Si l'on néglige l'énergie rayonnée par l'électron, son énergie totale E est conservée ;

$E = E_p(x) + E_c(x)$

Pour $v(x) = (\frac{2}{m})^{1/2}(C - B/x)^{1/2}$ on aura :

$$C = E \qquad B = \frac{Zq^2}{4\pi\varepsilon_0}.$$

Question 3 (2 points)

Dans le cours, on a établi la formule générale dite de Larmor qui donne l'énergie rayonnée par unité de temps dans tout l'espace par une particule chargée q et d'accélération dv(t)/dt , soit :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2(dv/dt)^2}{3c^3}.$$

Les variables x et t étant liées dans le mouvement :

dv/dt = dv/dx dx/dt et dW/dt = dW/dx dx/dt , soit alors :

$$\frac{dW}{dx} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2(dv/dt)^2}{3c^3} \frac{1}{v(x)} = D \frac{[dv(x)/dt]^2}{v(x)}.$$

Question 4 (2 points)

Le trajet de l'infini à la distance minimum et de cette distance à l'infini se fait avec le même mouvement sinon que le sens de v est changé ; l'énergie rayonnée sera donc deux fois celle correspondant au trajet d'approche à la cible. En chaque point x l'accélération est donnée par la loi de force qui régit le mouvement de l'électron :

$$dv(x)/dt = \frac{1}{m}[-dE_p(x)/dx] = \frac{1}{m}\frac{Zq^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x^2} = A\frac{1}{x^2}.$$

Par ailleurs la distance minimum d'approche de la cible est donnée par : énergie potentielle en ce point égale à E, soit :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Zq\ q\ \frac{1}{x_{\min i}}\ .$$

On aura donc :

$$W = 2\int_{x_{\text{mini}}}^{\infty} dW(x)/dx\ dx = 2\int_{x_{\min i}}^{\infty} A^2 D\ \frac{1}{x^4}\left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} (C - B/x)^{-1/2}\ dx\,.$$

Question 5 (3 points)

L'intégrale à effectuer était donnée (!), soit le résultat :

$$W = 2\int_1^{\infty} A^2 D \left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} \frac{1}{B^{1/2}} (C/B)^{5/2} \frac{1}{y^{7/2}} (y-1)^{-1/2} dy =$$

$$= \frac{1}{2^{1/2}}\ \frac{64}{45}\frac{1}{Z}\frac{1}{m^{3/2}c^3}\ E^{5/2}.$$

Question 6 (2 points)

Il est élémentaire d'obtenir par substitution :

$k = \frac{16}{45}\frac{1}{Z}\alpha^3$. Il s'agit d'une formule non relativiste ; pour qu'elle reste valable il faut $\alpha < 1$ mais il faut vérifier que k est petit sinon l'hypothèse de calcul devient fausse ; le calcul complet, qui conduit à une équation non linéaire est impossible, sinon par ordinateur.

Question 7 (2 points)

Les valeurs numériques donnent :

$E = \frac{1}{2}mv_0^2 =$ 4,5 keV → W= 0,8 eV.

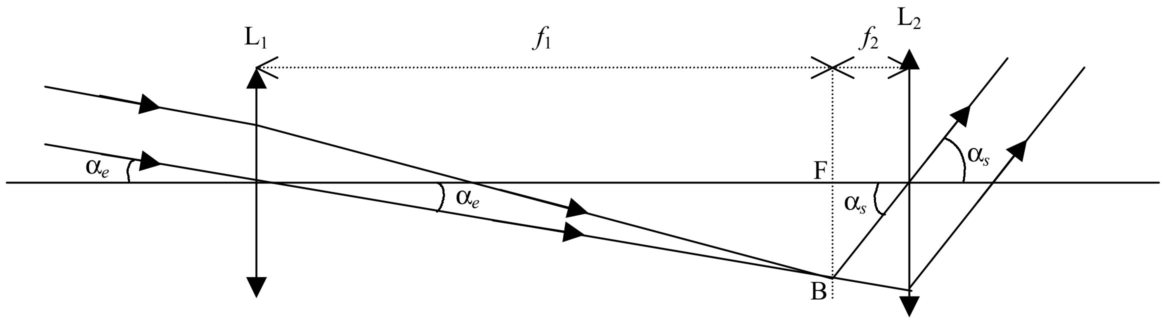
2. Lunette astronomique et lunette terrestre (15 points)

Question 1 (2 points)

Pour observer des objets à l'infini sans accommoder, les foyers image et objet de L_1 et L_2, respectivement, doivent coïncider, d'où d=f_1+f_2=21 cm.

Question 2 (5 points)

a.



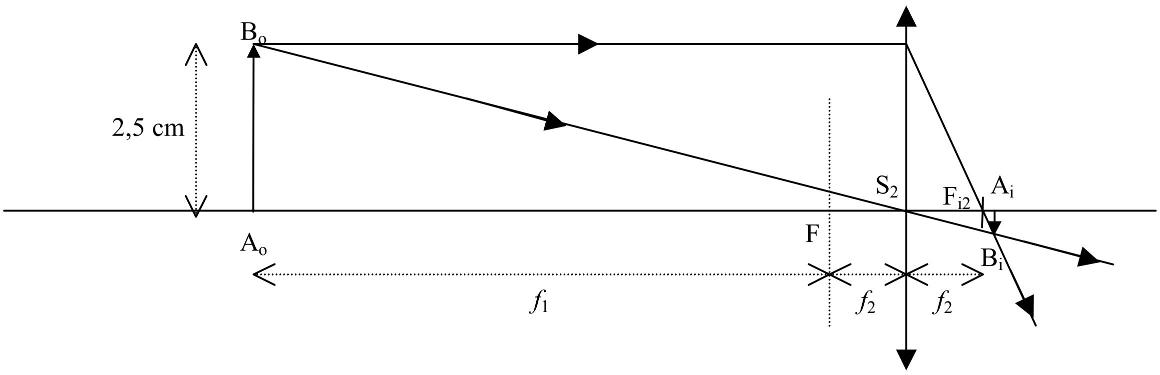
α_e= FB/f_1 (<0 ici), α_s= -FB/f_2 (>0 ici), donc G=$\left|-f_1/f_2\right|$=20.

b. $$\begin{pmatrix} x_s \\ \alpha_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f_1+f_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ \alpha_e \end{pmatrix}$$

et on retrouve : $\alpha_s = -\dfrac{f_1}{f_2}\alpha_e$, d'où G=20.

L'image est inversée par rapport à l'objet (α_s/α_e <0).

Question 3 (2 points)

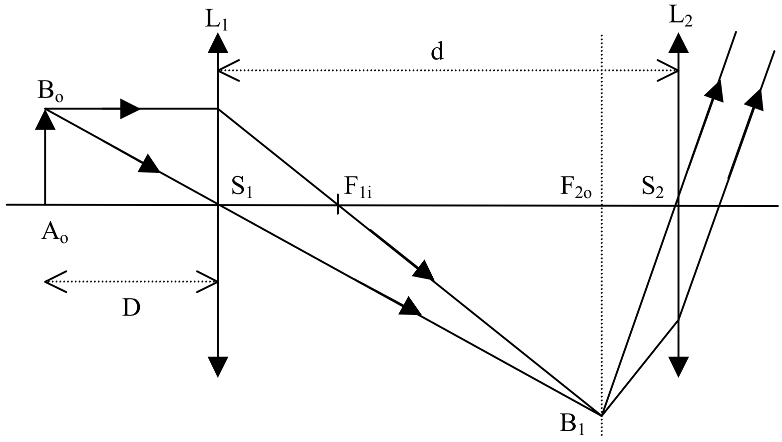


Le cercle oculaire est tout simplement l'image de la monture de L_1 à travers L_2, donc :

$-\dfrac{1}{\overline{S_2A_o}} + \dfrac{1}{\overline{S_2A_i}} = \dfrac{1}{f_2}$, soit : $\dfrac{1}{f_1+f_2} + \dfrac{1}{\overline{S_2A_i}} = \dfrac{1}{f_2}$. D'où S_2A_i=1,05 cm.

Le grandissement de la lentille L_2 est $G_2 = \dfrac{\overline{S_2A_i}}{\overline{S_2A_o}} = -0.05 = \dfrac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_oB_o}} = \dfrac{\Delta/2}{5/2}$. D'où Δ=2,5 mm.

Question 4 (3 points)



Pour que les rayons sortent de l'oculaire parallèles entre eux, il faut que l'image de l'objet rapproché A_oB_o à travers L_1 se forme dans le plan focal objet de L_2.

$-\dfrac{1}{\overline{S_1A_o}}+\dfrac{1}{\overline{S_1F_{2o}}}=\dfrac{1}{f_1}$, soit: $\dfrac{1}{D}+\dfrac{1}{d-f_2}=\dfrac{1}{f_1}$, et enfin : $d = f_1D/(D-f_1)+f_2$.

A.N. : d=21 cm. Il faut déplacer légèrement l'objectif vers l'oculaire, d'1 mm.

<u>Question 5 (3 points)</u>

On a la succession de 3 lentilles minces, deux convergentes puis une divergente. On doit donc résoudre l'équation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} x_s \\ \alpha_s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +\dfrac{1}{f_3} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\dfrac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_e \\ \alpha_e \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_e \\ \alpha_e \end{pmatrix}.$$

Si on veut observer sans accommoder, il faut que α_s soit indépendant de x_e (rayons en sortie tous parallèles quel que soit le point d'entrée du rayon initial), c'est-à-dire $T_{21}=0$. De plus, si on veut conserver le même grossissement, il faut que $T_{22}= -20$ (on vérifiera par un dessin que l'image est inversée). Ces deux équations conduisent à :

$$a=1 \text{ cm}$$

$$f_3=-0.5 \text{ cm}.$$