

Chapitre IV

Interférences , interféromètres

Interférences de deux ondes cohérentes

= Cas d'une onde plane cohérente (rappel du deuxième chapitre)

Une onde électromagnétique plane , monochromatique, est caractérisée par une fréquence , une phase , un vecteur d'onde , une polarisation ; dans le vide on peut écrire que le champ électrique associé est :

$$\mathbf{E}(x, t) = \mathbf{E}_0 \cos (\omega t - qx + \varphi) = \mathbf{E}_0 \frac{1}{2} \{ \exp[i(\omega t - qx + \varphi)] + \exp[-i(\omega t - qx + \varphi)] \}$$

Cette onde est dite cohérente , car , connaissant sa phase en x_1 et en t_1 donnés (“ point ” x_1, t_1) , on en déduit sans ambiguïté sa phase en un autre “ point ” (x_2, t_2) ; la différence de phase entre (x_2, t_2) et (x_1, t_1) est :

$$\Delta\varphi = (t_2 - t_1)\omega - (x_2 - x_1)q$$

Comme on l'a vu , les trois vecteurs $\mathbf{q}, \mathbf{E}, \mathbf{B}$ forment un trièdre direct .

La densité moyenne dans le temps de l'énergie électrique est :

$$\langle f_{el} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 \langle \mathbf{E}(x, t) \cdot \mathbf{E}(x, t) \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t + \Delta t} \mathbf{E}(x, t) \cdot \mathbf{E}(x, t) dt \right) = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2$$

résultat valable pour $\Delta t \rightarrow \infty$

En notation complexe on écrit :

$$\mathbf{E}(x, t) = \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\mathbf{x}, \omega) \exp(i\omega t) + \mathbf{E}^*(\mathbf{x}, \omega) \exp(-i\omega t)]$$

$$\langle f_{el} \rangle = \left\langle \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{1}{4} [E^2(\mathbf{x}, \omega) \exp(2i\omega t) + E^*(\mathbf{x}, \omega)^2 \exp(-2i\omega t) \right) \right\rangle$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{1}{4} [2E_0^2] \right) = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2$$

pour une onde électromagnétique il faut ajouter à cette contribution celle qui provient de l'énergie magnétique, dont on a vu qu'elle est égale à la contribution électrique car: $B_0 = \frac{1}{c} E_0$

$$\langle f_{\text{mag}} \rangle = \frac{1}{4\mu_0} B_0^2 = \frac{1}{4} \epsilon_0 E_0^2$$

$$\langle f_{\text{total}} \rangle = \langle f_{\text{mag}} \rangle + \langle f_{\text{el}} \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

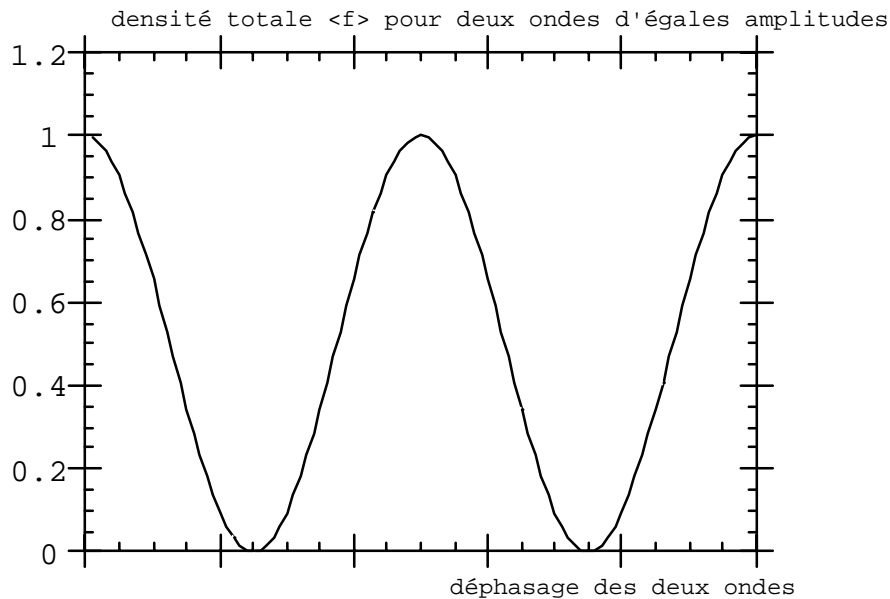
= cas de deux ondes planes monochromatiques

Elles correspondent à deux champs $\mathbf{E}_1(x, t)$ et $\mathbf{E}_2(x, t)$

La densité électrique d'énergie moyenne sera :

$$\langle f_{\text{el}} \rangle = \langle f_{1 \text{ el}} \rangle + \langle f_{2 \text{ el}} \rangle + \frac{1}{2} \epsilon_0 \langle \mathbf{E}_2(x, t) \cdot \mathbf{E}_1(x, t) \rangle$$

le dernier terme est le terme d'interférence ; **il ne donne de contribution significative en moyenne dans le temps que si les fréquences des ondes sont identiques** ; sinon l'intensité totale est la somme des deux intensités de chaque onde .



En notation complexe on écrira :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}_2(x, t) \cdot \mathbf{E}_1(x, t) \rangle &= \frac{1}{4} [\mathbf{E}_1(\omega, x) \cdot \mathbf{E}_2^*(\omega, x) + \mathbf{E}_2(\omega, x) \cdot \mathbf{E}_1^*(\omega, x)] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{E}_{10} \cdot \mathbf{E}_{20}] \cos(\Delta\varphi) \end{aligned}$$

$\Delta\varphi$ est le déphasage entre les deux ondes ; Pour deux ondes d'égales amplitudes le contraste est total ; on appelle **contraste** la quantité :

$$\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Conditions d'observation des interférences entre ondes lumineuses

= première expérience : **l'interféromètre de Michelson**

L'interféromètre de Michelson est l'archétype des dispositifs qui permettent de provoquer des interférences ; issu d'une source ponctuelle cohérente S un faisceau est transformé en un faisceau parallèle par une lentille convergente L1; S est placée au foyer de cette lentille . Une lame semi transparente inclinée à 45 degrés divise ce faisceau en deux composantes ; l'une va se réfléchir sur le miroir M1 , revient , et retraverse la même lame en direction de la lentille L2.. Le déphasage de cette onde entre la source S et le point I est :

$$q (SO+OM1+M1O+OI) = \Delta\phi_1$$

La deuxième composante du faisceau incident SO traverse la lame , se réfléchit sur le miroir M2 , revient et est déviée par la lame dans la direction OI ; son déphasage en I par rapport à la source est :

$$q (SO+OM2+M2O+OI) = \Delta\phi_2$$

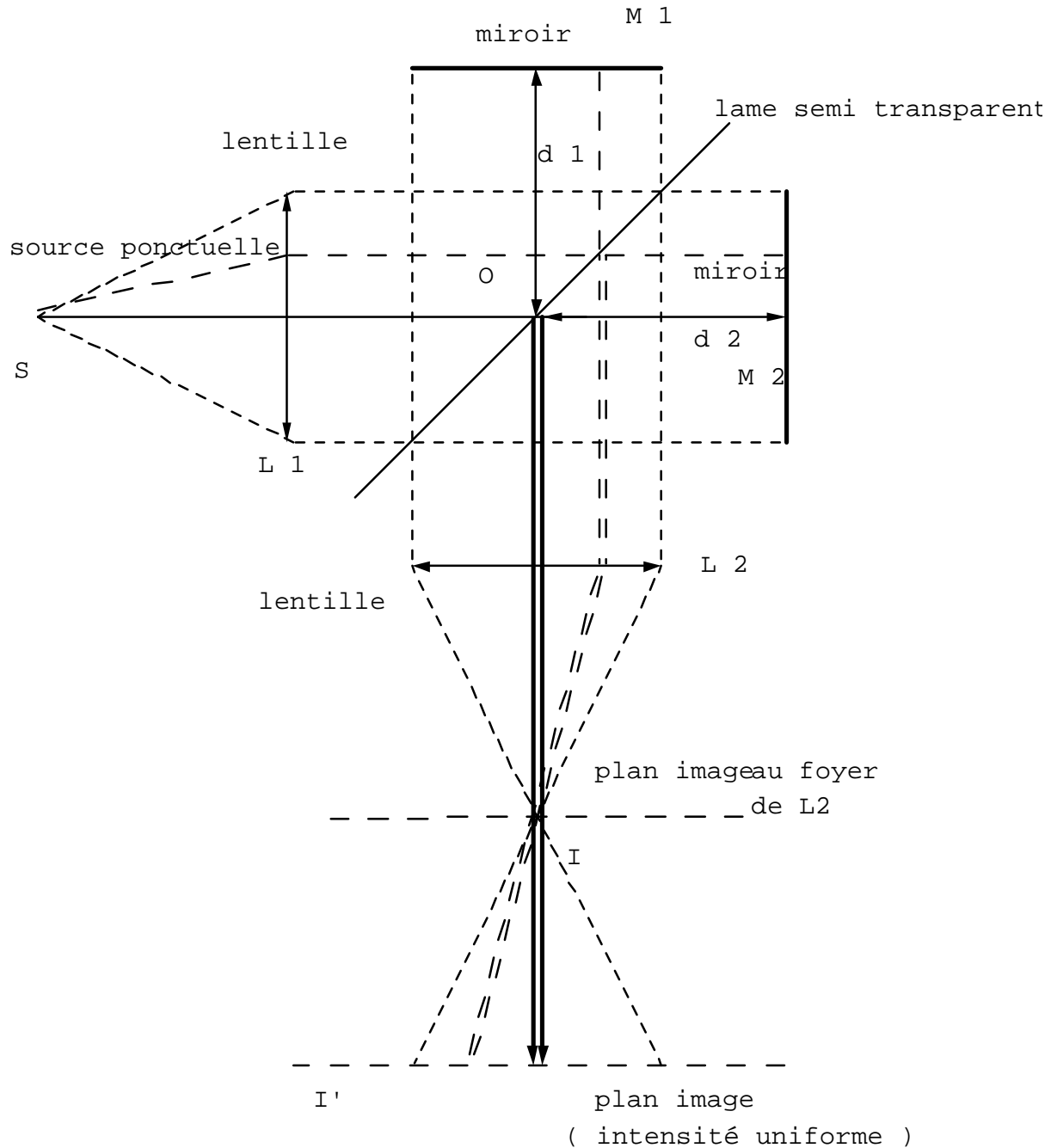
Les deux faisceaux convergent au foyer I de L2 .

Ainsi , grâce à ce dispositif , en I se superposent deux faisceaux cohérents de mêmes amplitudes , issus d'une même source ; ils interfèrent et l'intensité de la tache observée en I est :

$$\approx \cos^2 \left(\frac{\Delta\phi_2 - \Delta\phi_1}{2} \right)$$

En modifiant la longueur de l'un des bras de l'interféromètre , par exemple la distance OM2 , on fait défiler l'intensité collectée au point I qui passe alternativement par des maxima et des minima nuls . En lumière polarisée rectilignement , dans le plan image , les deux polarisations doivent être parallèles si l'on veut observer le contraste maximum .

Si au lieu d'observer dans le plan du foyer image de L2 on place un écran plus loin , en I' , ce plan reçoit une intensité uniforme : c'est " l'image " d'un faisceau parallèle dont la section perpendiculaire est traversée par un pinceau d'intensité uniforme ; **la tache image est circulaire et son intensité est modulée lors du déplacement de M2** (voir figure ci dessous)



= deuxième expérience : le “ coin de vide ” observé avec un Michelson .

On reprend le même montage que précédemment , mais cette fois on, incline le miroir M_2 d'un petit angle α en laissant la distance d_2 inchangée et égale à d_1 . La lame semi réfléchissante permet de construire le symétrique M'_2 de M_2 ; il forme avec M_1 un coin d'épaisseur variable dont l'arête est perpendiculaire au plan de la figure ; tout se passe comme si deux rayons étaient issus de M_1 - M'_2 qui avaient un déphasage variant avec l'abscisse x de J_1 ; x est comptée depuis l'origine du coin .

Pour le rayon lumineux passant par J le déphasage est :

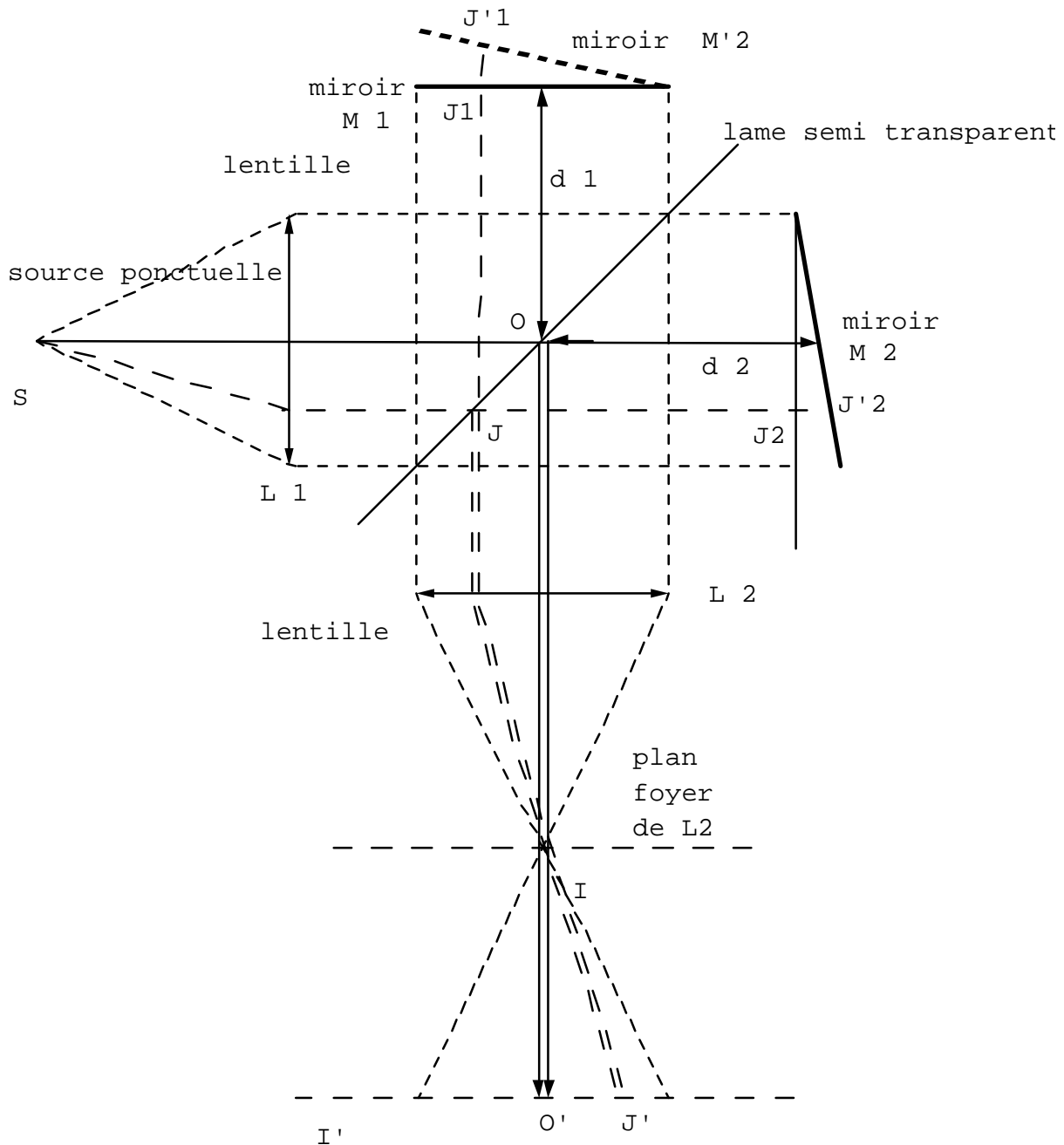
$$\Delta\varphi = 2q \frac{J_1 J_1}{J_1} = 2 q x \cos(\alpha)$$


image du "coin " de vide
franges perpendiculaires à la figure

Dans le plan image I' de ce coin on obtient on succession de franges parallèles , claires et noires chaque fois que le déphasage est un multiple de pi ; ces franges sont perpendiculaires au plan de la figure et parallèles à l'arête du coin .

Le contraste des franges vaut 1 car les deux ondes qui interfèrent ont même amplitude ; l'intensité des franges varie comme :

$$\approx \cos^2 \left(\frac{\Delta\phi_2 - \Delta\phi_1}{2} \right) = \cos^2 \left(2\pi \frac{x \cos \alpha}{\lambda} \right)$$

Sources lumineuses et cohérence des sources

Tout dispositif qui fournit des interférences est basé sur la cohérence de deux sources virtuelles (l'interféromètre de Michelson), sur l'addition d'ondes multiples issues d'une même source (lame à faces parallèles), ou par division du front d'onde d'une source réelle (trous de Young). **En réalité , la nature atomique des sources classiques ne permet pas d'obtenir une cohérence parfaite , et il importe de comprendre en quoi consiste cette difficulté .** Les " lasers " , au contraire , ont justement pour vertu de délivrer des faisceaux optiques cohérents (voir cours de Mécanique Quantique sur les processus stimulés)

= rayonnement émis par un atome

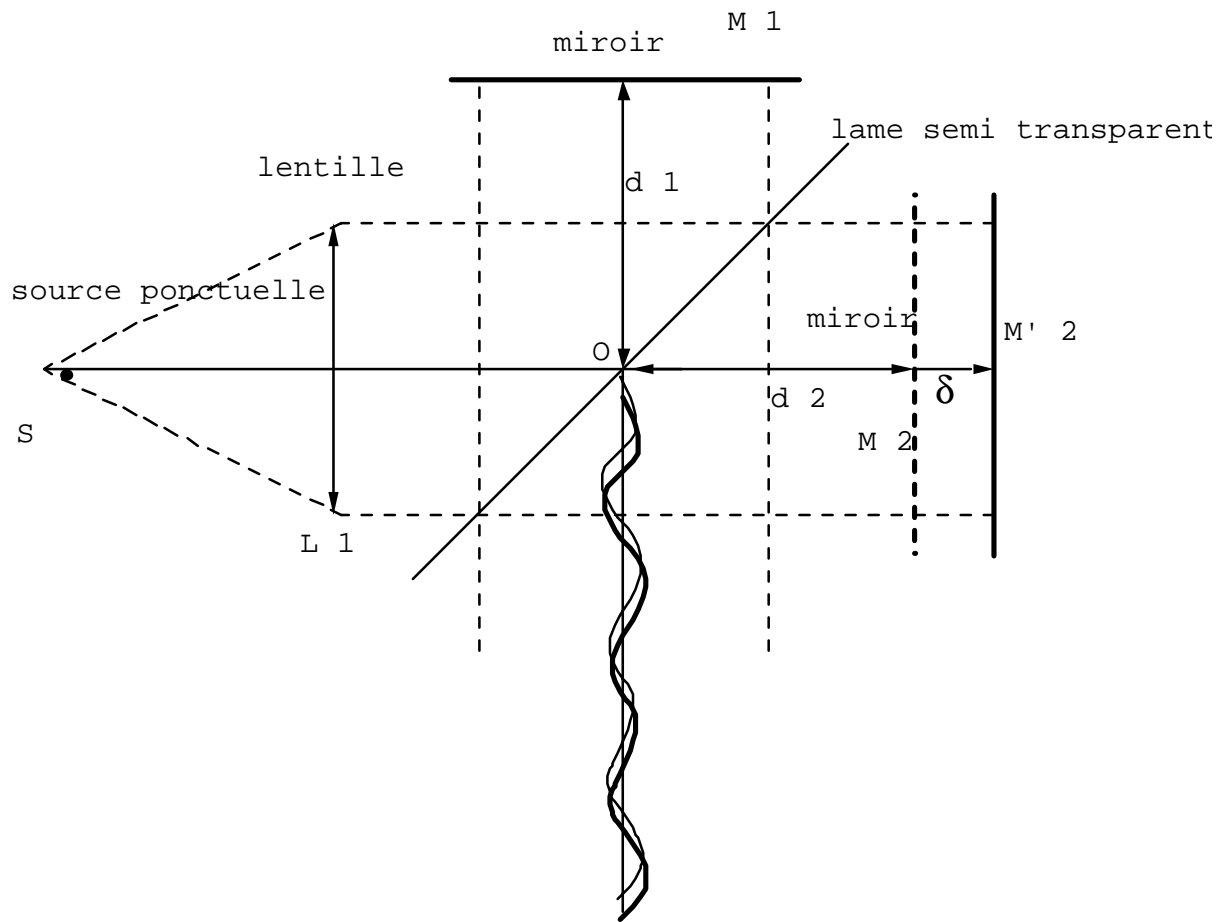
Un atome excité (ou un groupe d'atomes) a tendance à se désexciter en émettant un rayonnement lumineux (transition radiative) à la manière d'un dipôle électrique (voir le chapitre deux). Le malheur est que cette émission ne dure pas indéfiniment : l'atome est perturbé par l'agitation thermique et l'émission cesse au bout d'un temps fini : τ_{relax} qui limite la durée du train d'ondes ; puis , après un certain temps , il recommence à émettre sans que le nouveau train d'onde ait une relation de phase avec le premier ; les phases des trains d'ondes successifs n'ont que des relations statistiques entre elles .

De plus , même lorsque l'on parle de source ponctuelle , cela implique une grande quantité d'atomes qui émettent chacun pour son compte , sans relation de phase entre les trains d'ondes des uns et des autres . De sorte que l'on peut se demander comment des interférences sont possibles puisque toutes les phases sont " brouillées " . C'est pour préciser ce point que le paragraphe suivant est développé en tirant argument de quelques expériences simulées avec un interféromètre de Michelson .

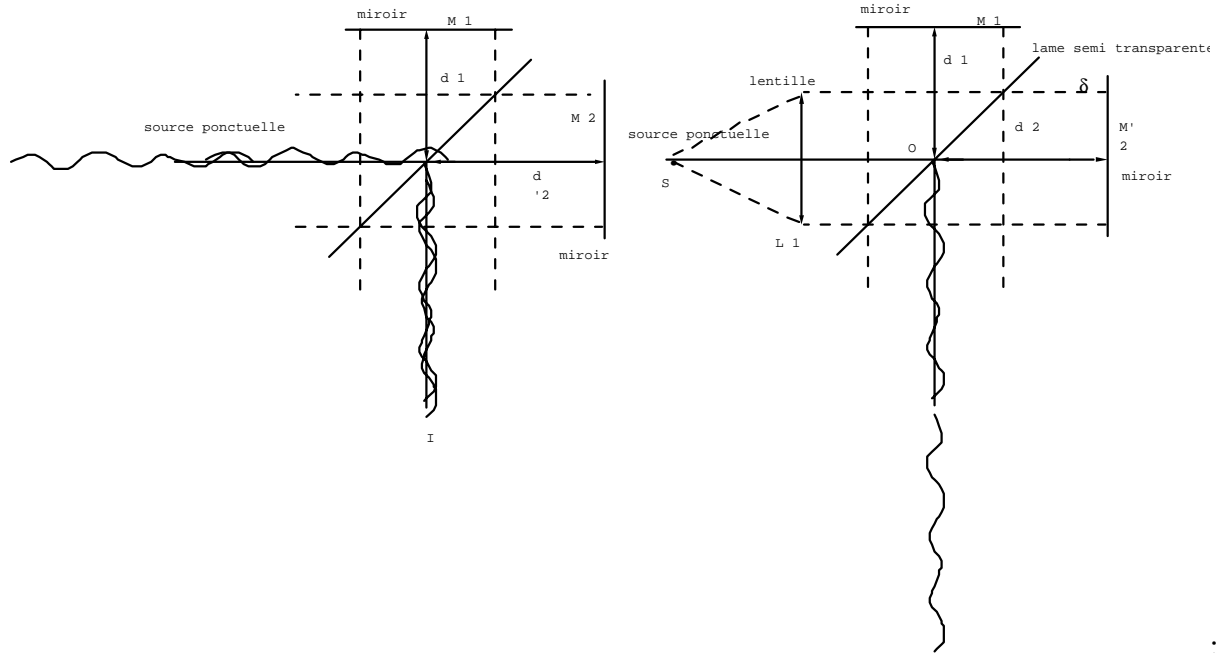
= cohérence temporelle

Soit donc un interféromètre réglé tel que $d_1 = d_2$. Dans le temps τ_{relax} une onde lumineuse parcourt un trajet $l = c \tau_{\text{relax}}$; dans le plan image , les deux moitiés des mêmes trains d'ondes se superposent , permettant des interférences quelle que soit la durée des trains d'onde .

Si maintenant , après translation de M_2 en M'_2 la différence de trajet optique est $\delta > l$ il sera impossible de réaliser des interférences puisqu'il n'y aura pas de rapport entre les phases de deux trains d'onde , l'un réfléchi par M_1 , l'autre par M'_2 , qui se superposent dans le plan image .



Les deux figures ci dessous illustrent deux autres cas où les interférences sont impossibles :

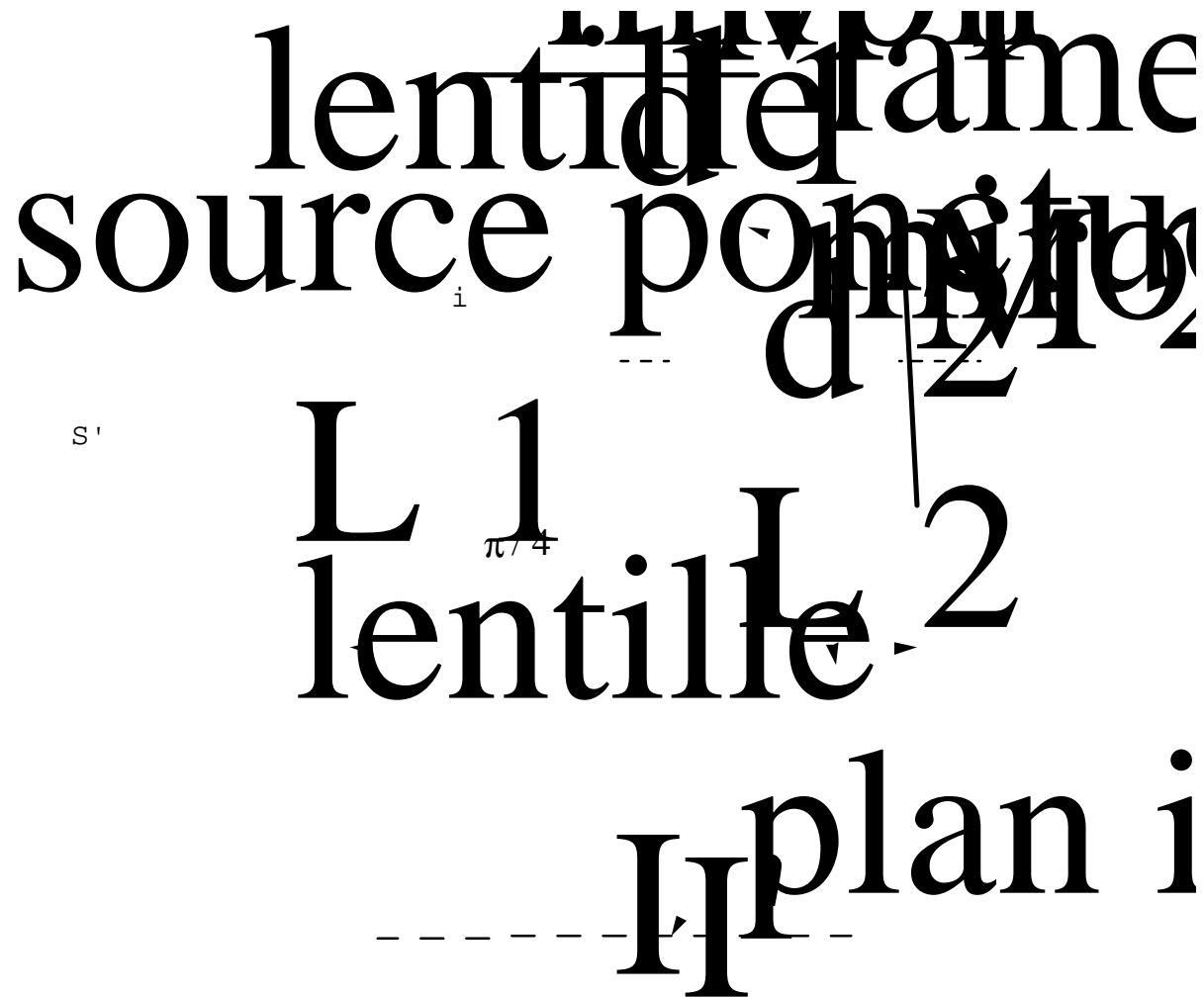


soit que les trains d'ondes qui se recouvrent proviennent de deux trains initiaux différents , soit que pour un même train la différence de marche soit trop grande .

Pratiquement , les longueurs de cohérence varient de quelques mm à quelques cm pour les sources classiques .

= cohérence spatiale (source étendue)

En reprenant l'interféromètre , supposons cette fois ci que la source ponctuelle soit décalée par rapport à l'axe SO et positionnée en S' ; il y a éclairage en incidence oblique sous un angle i .



Il n'est pas difficile de montrer que le déphasage est cette fois :

$$2x \cos \alpha \cos i$$

et que l'intensité collectée est proportionnelle à

$$\cos^2 \left(2\pi \frac{x \cos \alpha \cos i}{\lambda} \right)$$

de sorte que les franges sont plus espacées . Si donc la source n'est pas ponctuelle mais étendue les groupes d'atomes en S et en S' donneront des systèmes de franges qui vont se superposer dans le plan image , et éventuellement “ laver ” complètement la figure d'interférence . On dit que l'éclairage est spatialement incohérent ou partiellement cohérent .

Les feuilles de travaux pratiques donnent une expression du contraste en fonction des dimensions de la source .

“ filtrage des fréquences spatiales ”

Pour illustrer cette technique , intercalons un réseau d'amplitude c'est à dire un ensemble de fentes transparentes et parallèles ; le réseau est éclairé en lumière monochromatique par un faisceau de rayons parallèles . Dans le plan image de la lentille (ici le plan au foyer) on enregistre toute une série de points lumineux $S_0 S_1 S_2 , \dots$ correspondant à la diffraction par le réseau du faisceau parallèle . Le point lumineux S_p donne un spectre d'ordre p tel que l'angle α sous lequel on le voit depuis le centre de la lentille est :

$$\alpha = p \frac{\lambda}{a}$$

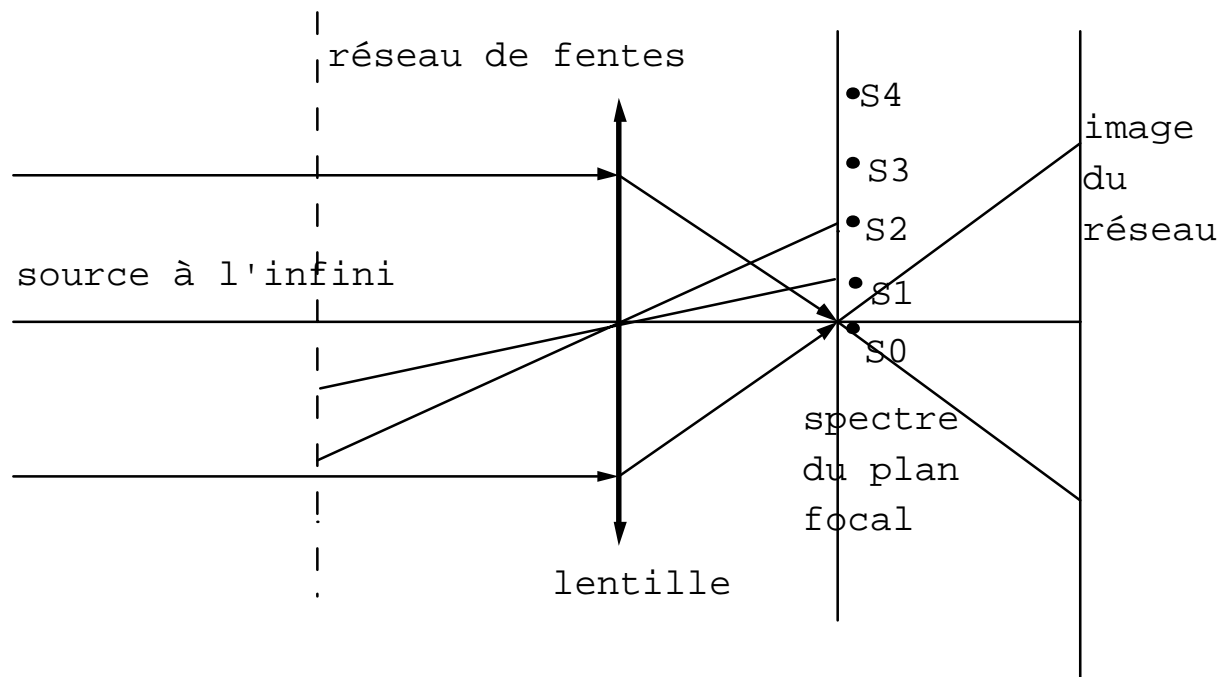
Dans un plan placé derrière le foyer on reconstitue une image du réseau ; on peut aussi dire que cette image est produite par la figure d'interférence des ondes émises par les points $S_0 S_1 S_2 \dots$: c'est le principe de Huygens .

Si maintenant dans le plan du foyer de la lentille L on place un écran percé d'un seul trou disposé en regard de S_0 "l'image du réseau" devient une tache uniforme !! l'image a disparu . Si l'écran est percé pour que les trois trous $S_0 S_1 S_2$ rayonnent , on obtient l'image d'un réseau de transparence sinusoïdale ; plus on libère la vision des trous , plus l'image du réseau devient ressemblante .

Enfin si on libérait les trois trous $S_0 S_1 S_2$ on a l'image d'un "réseau" sinusoïdal dont le pas est moitié du précédent !

On appelle fréquence spatiale l'inverse du pas du réseau . Les détails fins de l'objet (ici le réseau) sont donnés par les rayons issus des points S_p avec p grand . Si au contraire on ne laisse passer que les rayons issus de S_0 avec p petit , on ne verra que les détails grands de l'objet .

Ce qui est valable pour un réseau se transpose à un objet de forme quelconque . ON pratique ce que l'on appelle un " filtrage spatial " . (voir figure ci dessous)



Quelques exemples de dispositifs optiques pour obtenir des interférences

= cas de deux sources ponctuelles synchrones et cohérentes

A l'aide de quelques exemples on se propose de dresser la liste des principes qui doivent être respectés si l'on veut obtenir des interférences .

On considère ici deux sources ponctuelles S_1 et S_2 , synchrones , séparées par une distance L ; soit un point M dans l'espace dont les distance aux deux sources sont r_1 et r_2 .

La première question à se poser est quelle est la différence de phase entre les deux ondes issues des deux sources ;

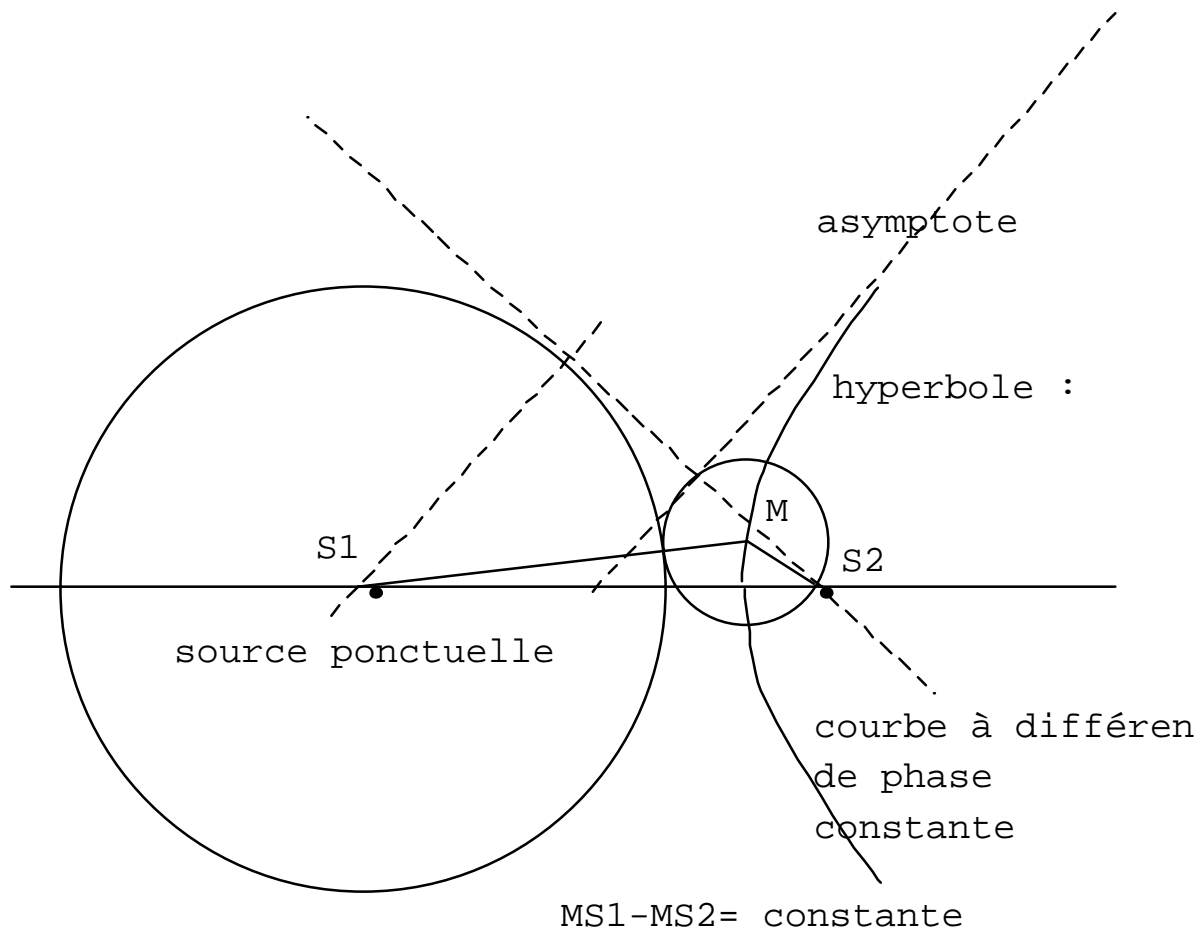
$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = q(r_2 - r_1)$$

La deuxième question est : quel est le lieu géométrique des points M ou $\Delta\varphi = \text{constante}$? La réponse est connue :

: la géométrie apprend que ce sont des hyperboloïdes de révolution autour de l'axe S_1-S_2 ;

: la figure d'interférence pour des plans perpendiculaires à l'axe sont des cercles dont les rayons ne sont pas équidistants ; pour les voir il faut reprendre les rayons par une lentille convergente car ces anneaux ne sont pas localisés .

: pour des plans parallèles à l'axe on a des franges non localisées qui sont des hyperboles que l'on assimile à des droites au voisinage du centre .



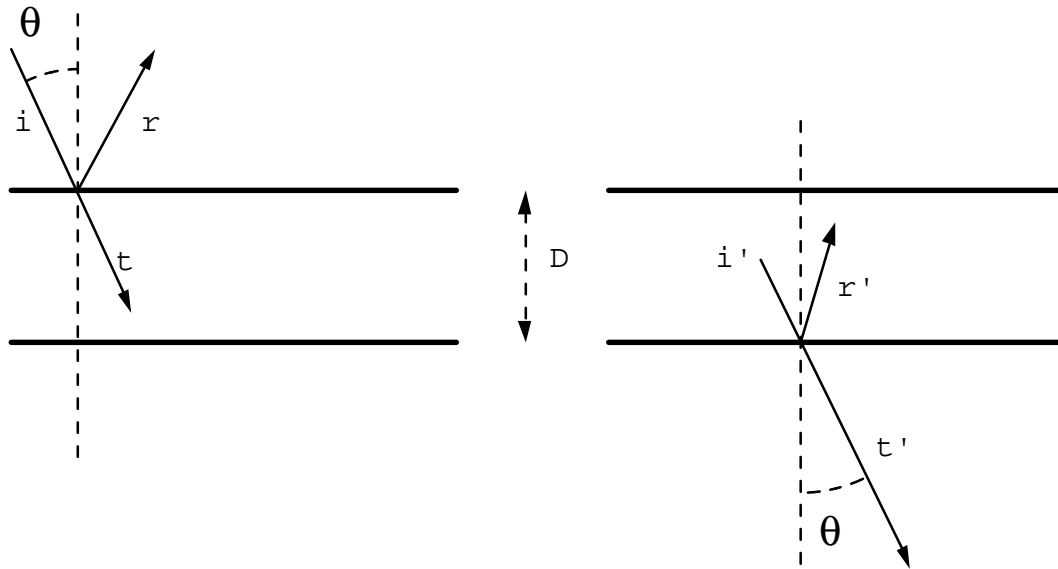
Les deux sources doivent être synchrones ; mais elles peuvent être issues d'une même source que par un procédé ou un autre on aura divisée en deux amplitudes égales (comme dans un Michelson) ou en deux parties d'un même front d'ondes (deux pupilles dans un écran)

= interférences en ondes multiples : le Fabry-Pérot

Le Fabry-Pérot est d'un emploi fréquent en optique ; pour expliquer son principe on va le simuler de la manière suivante : deux lames fines , semi transparentes , rigoureusement parallèles entre elles sont telles que :

: un faisceau extérieur incident i sur une lame donne naissance à une onde réfléchie r et à une onde transmise t dans la même direction que i ;

: un faisceau i' , intérieur aux deux lames, incident sur l'une d'elles donne naissance à un faisceau transmis à l'extérieur t' dans la même direction que i' et à un faisceau réfléchi vers l'intérieur r'



θ est l'angle d'incidence ; les coefficients de partage des amplitudes sont désignés par les mêmes lettres que les ondes issues de i ou i' ; les flux ou les intensités des différents faisceaux sont donc tels que :

$$i^2 = t^2 + r^2 + a^2 \quad i'^2 = t'^2 + r'^2 + a'^2$$

a et a' sont les absorptions à la traversée des lames ; si elles sont identiques il est évident que :

$$t/i = t'/i' \quad r/i = r'/i' \quad a = a'$$

Pour constituer un Fabry-Pérot , on envoie un faisceau parallèle sur la première lame avec l'incidence θ et l'on collecte tous les faisceaux de type t' qui ont fait un grand nombre de réflexions entre les deux lames ; d'une composante $t(n)$ à une autre $t(n+1)$ il y a un déphasage qui est toujours le même .

L'amplitude de l'onde $t(n+1)$ par rapport à celle de l'onde $t(n)$ est déphasée par la longueur optique $(LM+MN-LH)$; son amplitude a un module qui diffère par r^2 ; ainsi à chaque fois que l'on additionne une nouvelle onde à la précédente on aura à tenir compte d'un facteur :

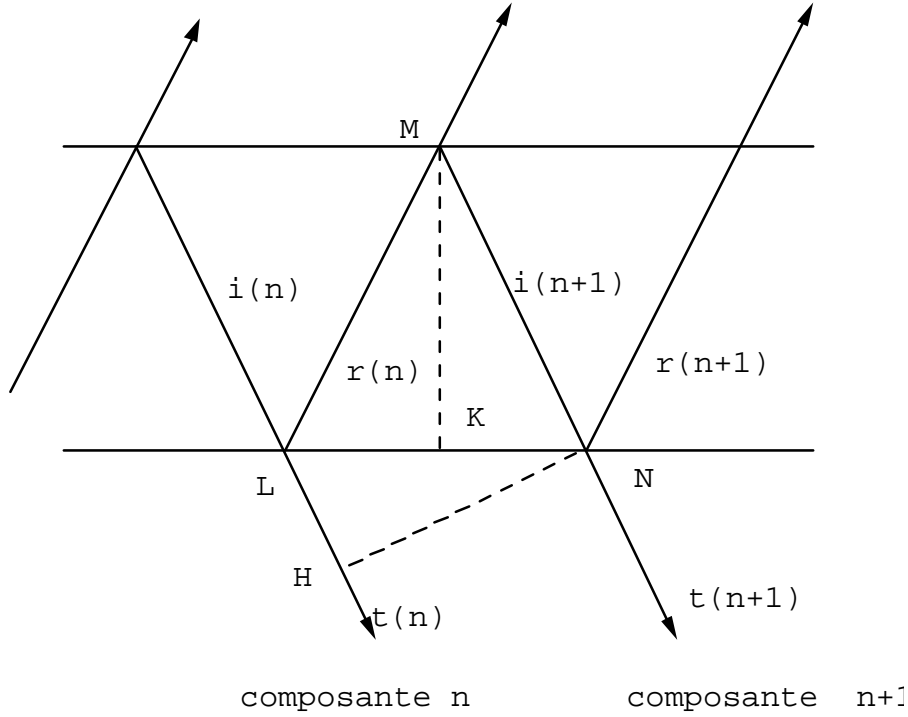
$$r^2 \exp[iq \ 2D \ \cos(\theta)] = k \quad t(n+1) = k \ t(n)$$

En additionnant les contributions de toutes les ondes transmises , il faut faire une sommation de type :

$$1 + k + \dots + k^n + \dots = \frac{1}{1 - k}$$

Si l'amplitude de l'onde initiale tombant sur la lame est 1 l'amplitude collectée dans la direction θ est donc :

$$t^2 \exp\left[iq \frac{D}{\cos(\theta)}\right] \frac{1}{1 - r^2 \exp[iq 2D \cos(\theta)]}$$



L'intensité collectée dans la direction θ est en définitive :

$$I_{\text{transmise}} = (t^2)^2 \left| \frac{1}{1 - r^2 \exp[iq 2D \cos(\theta)]} \right|^2 = I_{\text{max}} \frac{1}{1 + M \sin^2(\phi/2)}$$

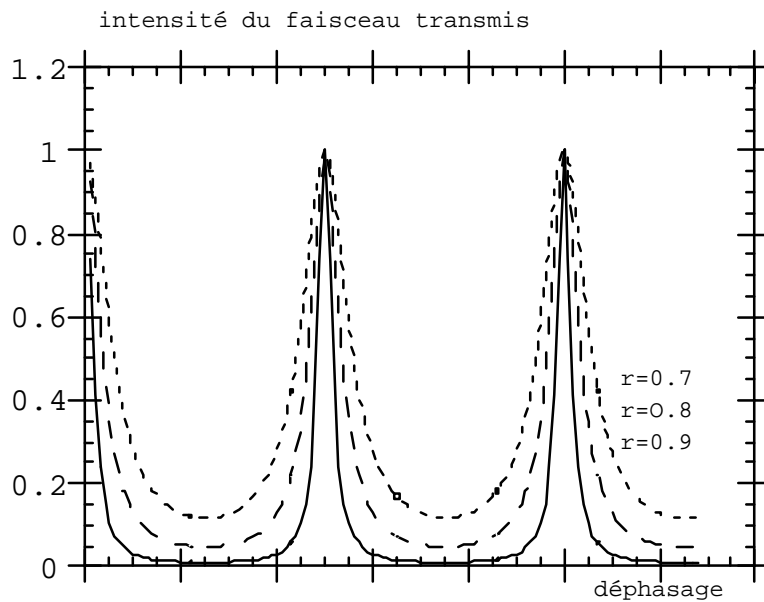
où l'on a posé :

$$I_{\text{max}} = I_{\text{incident}} \frac{(t^2)^2}{(1 - r^2)^2} \quad M = \frac{4r^2}{(1 - r^2)^2} \quad \phi = 2qD \cos(\theta)$$

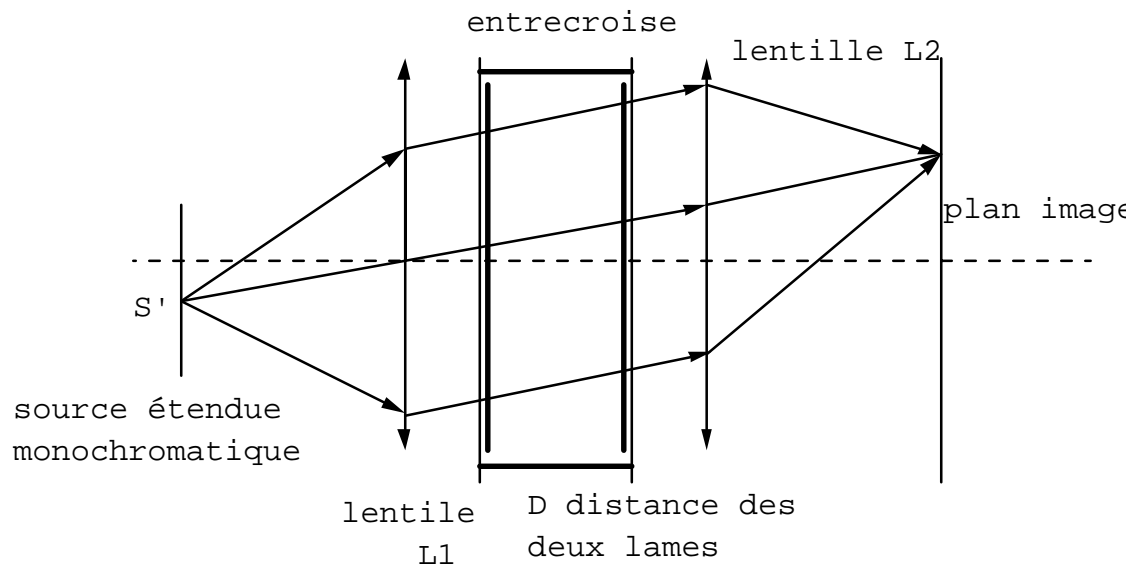
Si il n'y a pas d'absorption :

$$1 = t^2 + r^2 \quad I_{\text{incident}} = I_{\text{max}}$$

On peut tracer la courbe qui donne la transmission en fonction de la fréquence ou de tout paramètre qui gouverne le déphasage (inclinaison incidente , épaisseur D de la lame)



Le dispositif expérimental qui permet alors de disposer de ces deux lames comme analyseur de spectre est le suivant :



La double lame est éclairée par une source monochromatique étendue qui rayonne dans un angle d'ouverture assez grand ; le faisceau incident est transformé en rayons parallèles par la lentille $L1$, traverse la lame et est repris par une lentille $L2$ qui forme des anneaux centrés au point où l'axe coupe le plan image ; d'un anneau à un autre le déphasage augmente de π ; ils sont de plus en plus serrés lorsque l'on s'éloigne du centre .

En réalité , les deux lames sont placées entre deux entretoises qui permettent de faire varier lentement la distance D ; expérimentalement , on fait défiler les anneaux dans le plan image et on relie la variation de l'ordre d'interférence avec la variation de D ou avec le spectre d'une raie étalon . La formule qui donne l'intensité transmise permet de caractériser la " finesse "

des anneaux : si $I = \frac{1}{2} I_{\max}$

cela donne un déphasage par rapport au maximum d'intensité :

$$I = I_{\max} \frac{1}{1 + M \sin^2(\phi/2)}$$

$$I = 1/2 I_{\max} \quad \rightarrow \quad \phi/2 = m \pi + /- \varepsilon/2 \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \frac{2}{\sqrt{M}}$$

On appelle " finesse " de la raie la quantité $F = \pi / \varepsilon = \frac{\pi \sqrt{M}}{2}$

pour atteindre de grandes résolutions il faut que le coefficient de réflexion r de chaque lame soit très voisin de 1 .

(voir lectures sur les filtres interférentiels)

= remarques additionnelles

- pour obtenir des interférences il faut combiner deux ondes cohérentes ; cela impose une différence de trajet optique pas trop grande , liée la cohérence temporelle .

- pour calculer la différence de phase entre les composantes d'ondes (deux ou plusieurs) il faudrait aussi prendre en compte le changement de phase qu'introduit toute réflexion ou transmission ; on apprendra à calculer cette quantité dans un chapitre ultérieur ;

- dans le cas d'une source étendue , on a défini la cohérence spatiale ; en termes plus quantitatifs on calcule la différence de phase pour un point source S de coordonnées x,y,z soit $\Delta\Phi(x,y,z)$ et un point de référence S_0 de la même source correspondant à $\Delta\Phi(x_0, y_0, z_0)$; pour pouvoir obtenir une interférence il faut que $\Delta\Phi$ soit une fonction stationnaire de x,y,z c'est à dire que :

$$(x - x_0) \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \dots + \dots = 0$$

et comme cette différence est fonction du point I d'observation , l'équation précédente n'est autre que l'équation d'une surface image ; mais pour I donné , il faut que cette condition soit vérifiée quel que soit x,y,z ou encore :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_S = 0 \quad \dots$$

La signification physique de ces égalités est que les composantes parvenant en I doivent être issues d'un même point source . Les interférences sont localisées sur la surface qui est le lieu des points de rencontre des rayons issus d'un même point source .

- une conséquence de la remarque qui précède est que les interférences obtenues par division du front d'onde imposent que la source soit ponctuelle , au contraire de ce qui produit dans un Fabry-Pérot .

- on appelle “ ordre d’interférences ” le rapport de la différence de marche divisé par la longueur d’onde