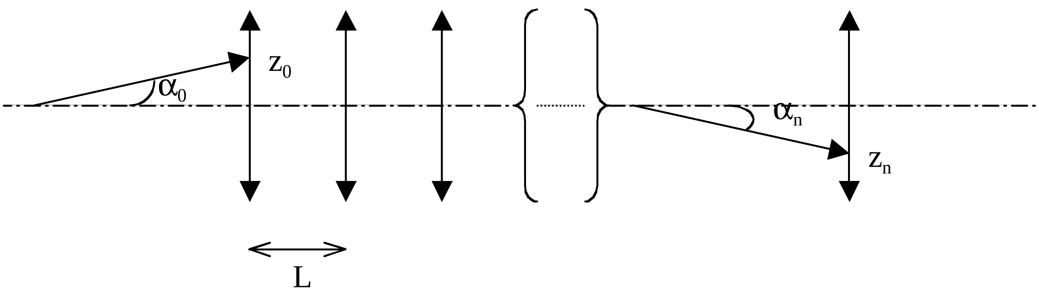
Université Pierre et Marie Curie - L1 - LP 103 - Année 2007-2008
Optique géométrique ; Reza.Samadi@obspm.fr

TD Série n°3 - Exercices supplémentaires avec correction

1. Enoncés

1.1. Suite de lentilles

Un rayon lumineux repéré par (z_0, α_0) atteint une succession de lentilles convergentes identiques (de focale f') coaxiales régulièrement espacées par une distance L. Les rayons successifs entre deux lentilles sont repérés par (z_n, α_n). Exprimer la loi de récurrence. Quelles sont les conditions pour qu'il y ait confinement du rayon ? Que se passe-t-il pour L<<f' ?



1.2. Vision d'un petit objet à l'aide d'un microscope composé

On considère un microscope optique, fonctionnant en lumière blanche, dont l'objectif et l'oculaire sont assimilés à deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2, de focales images f_1 et f_2. L'ensemble est dans l'air. L'œil est placé en Ω au voisinage du foyer image de l'oculaire $F_{i,2}$. Il observe l'image définitive située à la distance minimale de vision distincte d_m de Ω. On fera les approximations suivantes : $f_1 \ll f_2 \ll \Delta$, Δ étant l'intervalle optique séparant le foyer image de L_1 du foyer objet de L_2. Pour les applications numériques, on prendra : f_1 = 2mm, f_2 = 30mm, Δ = 180mm et d_m=25cm.

1. l'œil se trouve au centre du cercle oculaire, image de la monture de L_1 donnée par L_2. Trouver $\overline{F_{i,2}\Omega}$ en fonction de f_2 et Δ, et calculer sa valeur. En déduire le diamètre a du cercle oculaire sachant que L_1 a un diamètre D= 11mm
2. Trouver le grandissement du microscope en fonction de f_1, f_2, Δ et d_m, et calculer sa valeur.
3. Du fait de la structure granulaire de la rétine, l'œil ne peut distinguer deux points que si l'angle sous lequel il les voit est au moins égal à ε=1,5'. Trouver en fonction de ε, Δ, f_1 et f_2, la taille l du plus petit objet dont les points A et B sont vus distinctement à travers le microscope. Calculer l et comparer cette valeur à la longueur d'onde moyenne du rayonnement utilisé. Conclure.

1.3. Photographie en mouvement.

Pendant combien de temps peut être ouvert l'obturateur d'un appareil photographique lorsqu'on photographie un plongeon de haut vol ? On prend la photo au moment de l'entrée dans l'eau. La hauteur de la plate-forme est de 5m, le photographe se trouve à une distance de

10m du plongeur. L'objectif de l'appareil a une distance focale de 10cm, le flou admissible de l'image sur le négatif est de 0,5mm.

1.4. Filmer un déplacement

Un objet à filmer se déplace vers la caméra à une vitesse v. A quelle vitesse faut-il changer la distance focale de l'objectif et la profondeur de la caméra pour que la dimension de l'image reste inchangée, si le grandissement assuré par la caméra est égal à k ?

1.5. Hubble Space Telescope.

Le télescope spatial Hubble (HST) mis sur orbite circulaire le 24 avril 1990 à une altitude h =593km du sol est un télescope type Cassegrain de diamètre D =2,4m. Le miroir primaire M_p de l'objectif, de sommet E, est un paraboloïde de révolution concave que l'on assimile à un miroir sphérique de rayon de courbure égal à 11,04m. Le miroir secondaire M_s est convexe, supposé sphérique, de rayon de courbure 1,358m et est placé à 4,906m du sommet de M_p.

1. Quelles sont la vergence et la focale image de M_p ? en déduire la position du foyer image primaire F_p par rapport à E.
2. Calculer la vergence de M_s. Trouver l'image que donne M_s de F_p. En déduire la position du foyer image Cassegrain F_C de l'objectif par rapport à E.
3. Déterminer la position et la grandeur de l'image que donne M_s de la monture de M_p. Construction géométrique.
4. Quelle est la valeur de la distance focale image f_1 de l'objectif ?

1.6. Etude d'un appareil photo reflex (non corrigé)

L'appareil photographique est constitué d'une lentille L1 convergente de distance focale image f'_1 fixée sur une monture coulissante (voir Figure 1). Cette monture est fixée sur le corps rectangulaire de l'appareil photographique. La pellicule est disposée au fond sur le plan orthogonal à l'axe optique et passant par le point P. Un objet AB est à une distance D de l'objectif (L1). La monture est réglée de telle sorte que l'image de l'objet AB soit nette sur le plan de la pellicule (P). La lentille est alors à la distance x du corps de l'appareil photographique.

a) Construire l'image de AB. En déduire les positions des foyers.
b) Exprimer x en fonction de d, D et de f'_1.
c) Calculer le grandissement Γ de l'objet AB.

On dispose maintenant au point K, situé à mi-distance de IP, un miroir M1 plan et pivotant (voir Figure 2). Au repos, le miroir fait un angle de 45° par rapport à l'axe optique.

d) Où se forme l'image de AB à travers l'association de la lentille L1 et du miroir M1 ? Quel est alors le grandissement de l'objet ?
e) On dispose, à la sortie du système L1+M1, une nouvelle lentille convergente L2 de distance focale f'_2. A quelle position doit on placer cette lentille pour que l'image de AB (à travers l'association L1+M1+L2) se forme à l'infini ?

On place un nouveau miroir plan M2 à la suite de L2 de manière à observer les sujets visés sans avoir à pencher la tête.

f) Faire le schéma optique (On se limitera qu'au seuls éléments optiques de l'appareil). Construire l'image de AB à travers le système L1+M1+L2+M2.
g) L'image est-t-elle droite ou renversée ?
h) Exprimer le grossissement angulaire (G) du système en fonction des données du problème.
i) L'objet est placé très loin de l'appareil ; que vaut alors le grossissement ?
j) Soit α l'angle sous lequel est observé l'objet depuis le point O_1. A quelle condition sur α, l'objet est réfléchi à travers M2 ?

k) Quel est l'intérêt du miroir M1 pivotant ?

l) L'objectif à une distance focale f'_1=80 mm. Comment doit on régler la monture (cad *x*) pour que l'image d'un objet à l'infini se forme sur la pellicule ?

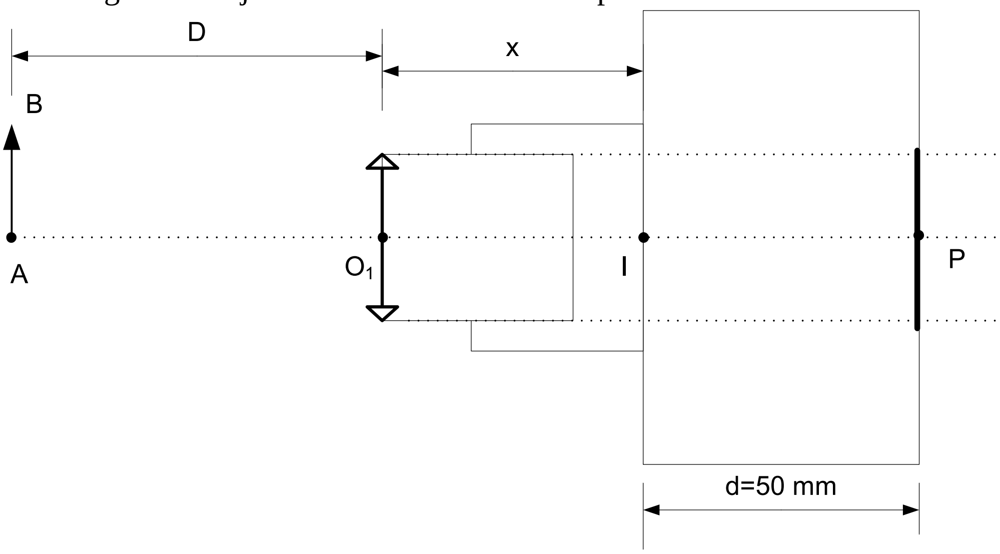


Figure 1

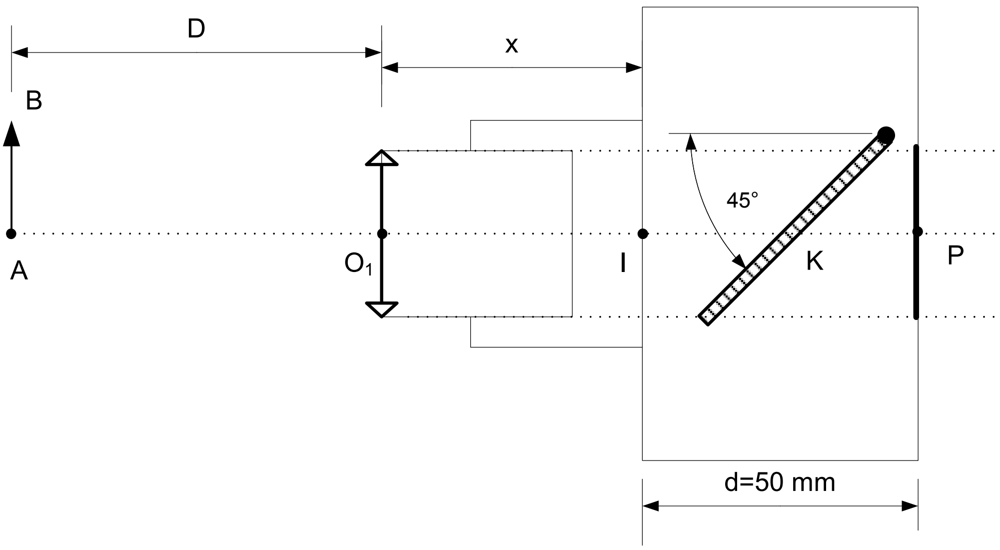


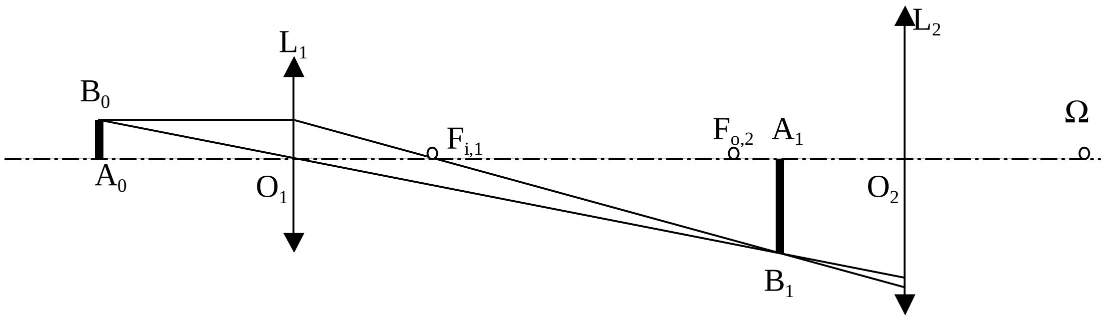
Figure 2

2. Eclairement produit par un disque

Un disque de rayon *a* produit un éclairement sur une surface orthogonale à l'axe de symétrie du disque et située à une distance *R* du centre du disque. La source obéit à la loi de Lambert (i.e. sa luminance est indépendante de la direction) et sa luminance superficielle L est constante sur le disque. Montrer que l'éclairement de la surface s'éxprime $E = \pi L a^2 / (R^2 + a^2)$. A quelle approximation sera vérifiée la loi des carrés inverses si on assimile le disque émetteur à une source ponctuelle placée en son centre ?

3. Solutions :

3.1. Vision d’un petit objet à l’aide d’un microscope composé



4. La formule de Newton appliquée à L_2 donne : $\overline{F_{o,2}O_1}\times\overline{F_{i,2}\Omega}=-f_2^{\,2}$.avec $\overline{F_{o,2}O_1}=\overline{F_{o,2}F_{i,1}}+\overline{F_{i,1}O_1}$=> $\overline{F_{i,2}\Omega}=-\frac{f_2^{\,2}}{-\Delta-f_1}\approx f_2^{\,2}/\Delta$ =5mm ; $G_{t,2}=\frac{\overline{F_{i,2}\Omega}}{f_2}\approx -f_2/\Delta$; $a=\frac{f_2}{\Delta}D$=1,8mm.

5. On a $G_t=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_oB_o}}=\frac{\overline{A_iB_i}}{\overline{A_1B_1}}\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_oB_o}}=G_{t,2}G_{t,1}$ avec $G_{t,1}=-\frac{\overline{F_{i,1}A_1}}{f_1}$ et $G_{t,2}=\frac{f_2}{\overline{F_{o,2}A_1}}$

Or $\overline{F_{i,1}A_1}=\Delta+\overline{F_{o,2}A_1}$ où $\overline{F_{o,2}A_1}$ est tel que $\overline{F_{o,2}A_1}\times\overline{F_{i,2}A_i}=-f_2^{\,2}$. en outre $\overline{F_{i,2}A_i}=-\overline{F_{i,2}\Omega}+\overline{\Omega A_i}=\overline{F_{i,2}\Omega}-d_m\approx -d_m$; $\overline{F_{o,2}A_1}=\frac{f_2^{\,2}}{d_m}$. et $\overline{F_{i,1}A_1}=\Delta+\frac{f_2^{\,2}}{d_m}$.

$G_t=-\frac{\Delta+f_2^{\,2}/d_m}{f_1}\frac{f_2}{f_2^{\,2}/d_m}\approx-\frac{d_m\Delta}{f_1f_2}$.=-750.

6. L’angle sous lequel l’observateur voit l’objet à travers l’instrument est A_iB_i/d_m . On a donc : A_iB_i/d_m >ε soit $\left|G_t\right|\frac{A_oB_o}{d_m}\ge\varepsilon$ ou $A_oB_o\ge\frac{\varepsilon d_m}{\left|G_t\right|}=\frac{\varepsilon f_1f_2}{\Delta}=l$=0,15μm.

C’est donc la diffraction qui limite la définition de l’instrument avec une longueur d’onde λ~0,5μm.

3.2. Photographie en mouvement.

T=5ms

3.3. Filmer un déplacement.

df/dt=vk/(1+k) ; db/dt=vk

3.4. Hubble Space Telescope.

5. On sait que la vergence du miroir primaire est donnée par :

$$V_p=\frac{-2n_o}{\overline{R_p}}=\frac{-2}{-11{,}04}=0{,}1811\delta \text{ d'où } f_i=\frac{1}{V_m}=5{,}52m$$

Le foyer se trouve au milieu du segment reliant *E* et le centre de courbure, donc à 5,52m de *E*.

6. De même, la vergence de M_s vaut : $V_s = \frac{-2n_o}{R_s} = \frac{-2}{-1,358} = 1,473\delta$. L'image de F_p donnée par M_s est telle que :

$\frac{1}{p_i} - \frac{1}{p_o} = V_s$ soit $\frac{1}{p_i} - \frac{1}{0,614} = -1,473$ puisque $p_o=SF_p=5,52-4,906=0,614$m

On en déduit $p_i=6,424$m et $EF_C=6,424-4,906=1,518$m

7. Comme $p_o=-4,906$m, la formule de Descartes donne :

$\frac{1}{p_i} - \frac{1}{-4,906} = -1,473$ D'où $p_i=-0,5964$m et $G_t = \frac{p_i}{p_o} = \frac{0,5964}{4,906} = 0,12$

On en déduit la taille de l'image : $A_iB_i=A_oB_o \times G_t=2,4 \times 0,12=0,288$m

8. D'après la formule de Gullstrand, on a :

$V_1=V_p+V_s-eV_pV_s=0,1811-1,473+4,906 \times 1,473 \times 0,1811=0,0168$

D'où $f_1=1/V_1=59,24$m.

4. Eclairement produit par un disque

Soit $d\psi$ la quantité d'énergie lumineuse émise par un élément $d\chi$ et reçue par un élement dS de la surface collectrice (voir Figure 3). On a par définition de la luminance : $d\psi = L \cos(\theta)\, d\Omega\, d\chi$ où $d\Omega$ est l'angle solide élémentaire sous lequel la surface dS est vue depuis le point M (voir Figure 3). On a $d\Omega = dS \cos(\theta)/(R^2+r^2)$, il vient alors $d\psi = L\, d\chi\, dS \cos^2(\theta)/(R^2+r^2)$. Enfin puisque $\cos^2\theta = R^2/(R^2+r^2)$ on a $d\psi = L\, d\chi\, dS\; R^2/(R^2+r^2)^2$. La surface élémentaire $d\chi$ s'exprime dans les coordonnées cylindrique comme : $d\chi = r\, d\varphi\, dr$.

On a donc $d\psi = L\, dS\, R^2/(R^2+r^2)^2\; r\, d\varphi\, dr$. Intégrons maintenant $d\psi$ sur la surface du disque : puisque L suit la loi de Lambert (i.e. est indépendant de θ et φ), l'intégration donne $\psi = L\, dS\, \pi\, a^2/(R^2+a^2)$. Or par définition l'éclairement de la surface dS est $E=\psi/dS$: il vient donc le résultat recherché : $E = L\pi\, a^2/(R^2+a^2)$.

Pour $a \ll R$, $E \sim L\, a^2/R^2$, relation qui correspond à la loi des carrés inverses. Autrement dit « vue de loin » la surface émettrice plane émet de la lumière comme une source ponctuelle.

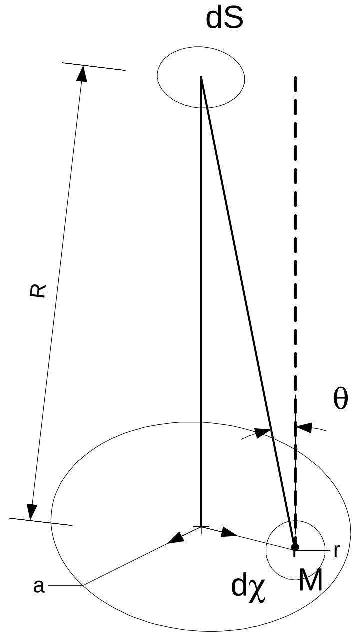


Figure 3