6. Ondes électromagnétiques et rayons lumineux

Ce chapitre contient des rappels d'optique géométrique et vise à faire le lien entre les notions d'ondes étudiées au début du cours et l'optique géométrique.

6.1. Les rayons de l'optique géométrique

6.1.1. Le pinceau de lumière

La première notion de rayon lumineux correspond à un faisceau lumineaux trés étroit, assez mince pour être assimilé à la droite de la géométrie. On matérialise ces rayons en éclairant un écran percé avec un faisceau de lumière parallèle ou un faisceau laser comme ceux des pointeurs optiques. A cause du phénomène de diffraction dû à la nature ondulatoire de la lumière qui sera étudié par la suite on ne peut pas réduire à volonté la taille d'un faisceau.

Exemple : le faisceau gaussien. plutôt qu'éclairer un écran percé d'un trou et dont il est délicat de calculer exactement la propagation, considérons le champ électrique en sortie d'un laser (on connait la solution analytique de sa propagation). Dans le plan $z = 0$, son amplitude est

$$\mathcal{E}\left(x, y, z=0, t\right) = \frac{1}{w_0}\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}} e^{-i\omega t}. \tag{6.1}$$

En observant la solution on constate que si sa largeur w_0 est plus grande que la longueur d'onde , le faisceau se comporte sur une certaine distance comme une onde plane limitée transversalement. Par contre, si la largeur est plus petite que la longueur d'onde, le faisceau ressemble plus à une onde sphérique qu'à une onde plane.

6.1.2. Le faisceau lumineux réel

A cause de la diffraction, il est vain de matérialiser le rayon lumineux par un pinceau de lumière. On se rapproche donc de ce que l'on a étudié sur les ondes électromagnétiques. Les ondes transportent de l'énergie, on est donc tenté de donner la définition suivante :

Les rayons lumineux sont les courbes selon lesquelles se propage l'énergie lumineuse. Selon ce point de vue,ce sont les lignes de courant qui peuvent être déduite du vecteur de Poynting. Pour une onde plane, comme pour une onde sphérique, il cela ne pose pas de problème, par contre pour un faisceau réel, les lignes de champ du vecteur de Poynting ne sont pas rectiligne, mais courbes.

Les seules zones ou l'on peut faire un lien sans ambiguité entre les la propagation de l'énergie et les rayons lumineux sont les zones où l'onde a une structure d'onde quasi plane, tant pour la phase que pour l'amplitude. Dans ce cas, le vecteur de Poynting est orthogonal aux surfaces d'ondes et ses lignes peuvent être assimilées aux rayons lumineux.

6.2. Des ondes aux rayons

6.2.1. Le principe d'Huygens

Ce principe permet de comprendre la propagation d'un front d'onde. Il s'agit d'une image qualitative très puissante pour analyser la propagation . Ce principe sera explicité quantitativement lors de l'étude de la diffraction avec le principe d'Huygens Fresnel. En ce qui nous concerne, nous pouvons faire le lien entre le front d'onde d'Huygens et les surfaces d'ondes qui sont les surfaces pour lesquelles la phase est constante.

Le principe s'énonce de la manière suivante : *tout point d'un front d'onde primaire sert de source à des ondes sphériques secondaires telles que le front d'onde plus tard est l'enveloppe de ces ondes. De plus, ces ondes avancent avec une longueur d'onde et une fréquence égale à celle de l'onde primaire.*

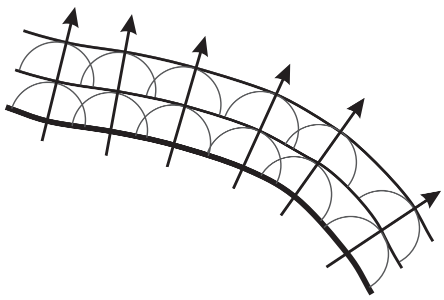

Fig. 6.1.: Propagation d'un front d'onde selon le principe d'Huygens. Chaque point du nouveau front d'onde se comporte comme une source secondaire qui emet une onde sphérique. Le nouveau front d'onde est l'enveloppe de ces ondes sphériques secondaires.

Dans cette construction, on constate que la sphère qui provient d'un point source secondaire est tangente au nouveau front d'onde en un seul point, le segment qui relie ces deux points est orthogonal au front d'onde initial et final. Le rayon lumineux est la succession de ces segments. Dans le vide, le front d'onde progresse perpendiculairement à lui même. Pour une onde plane, l'enveloppe des ondes secondaires est aussi un plan et pour une onde sphérique l'enveloppe est une sphère.

Pour faire le lien avec ce que nous connaissons de la propagation des ondes electromagnétiques, étudions la propagation d'une surface d'onde. Considérons un champ dont l'amplitude complexe est

$$\mathcal{E}\left(\vec{r},t\right) = E_0\left(\vec{r}\right)e^{i\phi\left(\vec{r},t\right)} \tag{6.2}$$

$$\phi\left(\vec{r},t\right) = \varphi\left(\vec{r}\right) - \omega t \tag{6.3}$$

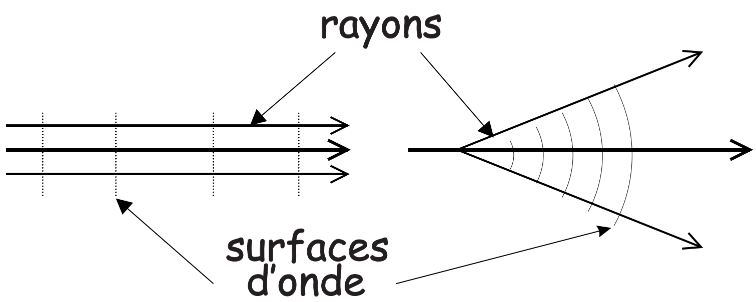

Fig. 6.2.: Surfaces d'ondes et rayons pour des ondes planes et sphériques

La surface d'onde que nous considérons est définie par $\phi(\vec{r}, t) = \phi_0$. A l'instant t un point $\vec{r}_0$ situé sur cette surface vérifie

$$\phi(\vec{r}_0, t) = \varphi(\vec{r}_0) - \omega t = \phi_0 \tag{6.4}$$

à l'instant $t + \tau$, (τ restant petit) la phase du point situé en $\vec{r}_0 + d\vec{r}$ qui se trouve prés de $\vec{r}_0$ est

$$\phi(\vec{r}_0 + d\vec{r}, t + \tau) = \varphi(\vec{r}_0 + d\vec{r}) - \omega(t + \tau) \tag{6.5}$$

comme le point considéré est proche de $\vec{r}_0$, on peut déterminer sa phase en faisant l'approximation linéaire suivante :

$$\varphi(\vec{r}_0 + d\vec{r}) = \varphi(\vec{r}_0) + \overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi \cdot d\vec{r} \tag{6.6}$$

on remarquera qu'autour de $\vec{r}_0$ l'onde a localement la structure d'une onde plane dont le vecteur d'onde est $\vec{k}(\vec{r}_0) = \overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi$. Le point $\vec{r}_0 + d\vec{r}$ est sur la surface d'onde de phase ϕ_0 à l'instant $t + \tau$ si

$$\phi(\vec{r}_0 + d\vec{r}, t + \tau) = \varphi(\vec{r}_0 + d\vec{r}) + \overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi \cdot d\vec{r} - \omega(t + \tau) = \phi_0 \tag{6.7}$$

soit, puisque $\varphi(\vec{r}_0) - \omega t = \phi_0$

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ \varphi \cdot d\vec{r} = \omega\tau \tag{6.8}$$

ou encore

$$\frac{\vec{k}(\vec{r}_0)}{\left|\vec{k}(\vec{r}_0)\right|} \cdot d\vec{r} = \frac{\omega}{\left|\vec{k}(\vec{r}_0)\right|}\tau = v\tau. \tag{6.9}$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde.

On résume cette discussion par les conclusions suivantes :

- La notion de rayon lumineux est indissociablement liée à la notion de front d'onde ou de surface d'onde.
- Un rayon lumineux ne peut se concevoir seul. On ne peut parler que d'une famille de rayons lumineux. Cette famille définit des fronts d'ondes qui sont les surfaces orthogonales à ces rayons.
- Reciproquement un front d'onde détermine localement les rayons, ce sont des courbes qui lui sont orthogonales.

6.3. Le chemin optique

6.3.1. Définition

Dans le vide, les onde sélectromagnétiques se propagent à la célérité c. Dans un milieu matériel transparent, la vitesse v_{mat} de la lumière est plus faible. On trouve

$$v_{mat} = \frac{c}{n}$$

avec n égal à l'indice de réfraction utilisé en optique géométrique dans la loi de la réfraction. n est typiquement entre 1 et 2 : n=1,5 pour le verre, n=1,3 pour l'eau, n=2,4 pour le diamant, n=1,0003 pour l'air atmosphérique (≈ 1).

Dans la propagation de la lumière, l'important est la propagation du front d'onde, on définit donc le chemin optique en relation avec le temps que met la lumière pour parcourir un rayon plutot que comme sa longueur géométrique. Prenons l'exemple du temps de propagation de A à D sur la figure :

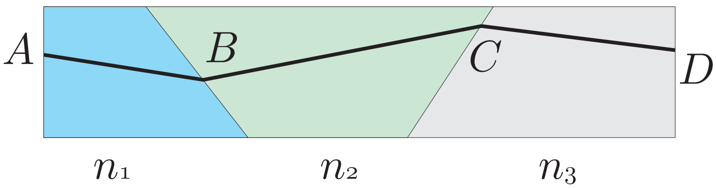

FIG. 6.3.: Chemin optique ABCD

Le temps de propagation de A à D le long du trajet $ABCD$ de la figure **??** vaut :

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{AB}{v_1} + \frac{BC}{v_2} + \frac{CD}{v_3} = \frac{AB}{c/n} + \frac{BC}{c/n'} + \frac{CD}{c/n''} \\ &= \frac{1}{c}\left[nAB + n'BC + n"CD\right] = \frac{1}{c}\ell_{optique}\left[ABCD\right]. \end{aligned}$$

Le chemin optique $\ell_{optique}$ permet ainsi de calculer le temps de propagation le long du trajet considéré.

Le long d'un rayon lumineux, la phase de l'onde associée varie et l'on a :

$$\text{variation de la phase } \varphi = \frac{\omega}{c} (\text{ variation du chemin optique } \ell_{optique})$$

Il est parfois nécessaire d'ajouter des déphasages dans certains cas :
- Un déphasage de π pour une réflexion sur un miroir
- Un déphasage de π pour une réflexion sur un milieu dont l'indice est plus faible
- Un déphasage de π lorsque le rayon passe par un foyer réel.

6.3.2. Le théorème de Malus Dupin

Les points où un même rayon intersecte une surface d'onde sont appelés points correspondants. Par exemple A et A' ou bien B et B' dans la figure suivante.

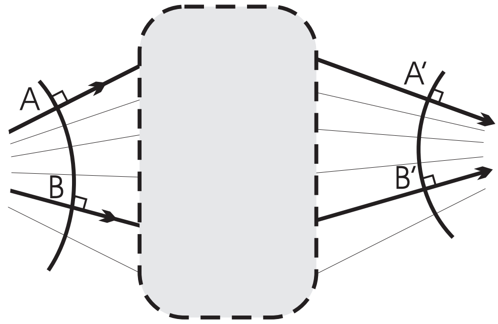

FIG. 6.4.: Le chemin optique parcouru en suivant le rayon qui joint A et A' est le même que le chemin optique obtenu en suivant le rayon qui joint B à B'

Enoncé du théorème de Malus Dupin :

Deux surfaces orthogonales à une famille continue de rayons lumineux de même fréquence découpent des chemins optiques égaux.

Dans le dessin c'est le cas du chemin optique entre A et A' et du chemin entre B et B' :

$$\ell_{optique}\ \left(AA'\right) = \ell_{optique}\ \left(BB'\right) \tag{6.10}$$

Dans les dispositifs optiques, il arrive que le front d'onde se réduise à un point : source d'une onde sphérique ou point de convergence. C'est en particulier le cas d'un système optique stigmatique (voir définition précise dans la suite) permettant de faire une image nette d'objets quelconques . Le théorème de Malus-Dupin montre qu'*il y a égalité des chemins optiques de tous les rayons allant d'un point objet source S vers son image I .* C'est la cas pour une lentille mince :

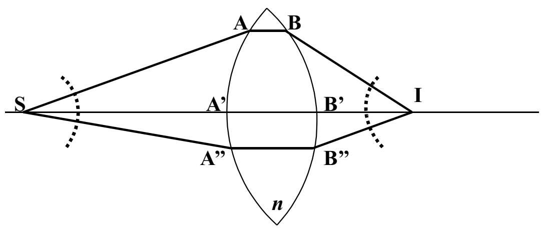

FIG. 6.5.: Chemins optiques et lentille mince

$$\ell_{optique}\left(SABI\right) = \ell_{optique}\left(SA'B'I\right) = \ell_{optique}\left(SA''B''I\right)$$

Plus on s'éloigne de l'axe, plus le chemin dans le vide augmente, mais plus le chemin "lent" dans le verre diminue : les deux effets se compensent exactement.

Si on met l'objet au foyer, la lumière forme après la lentille un faisceau parallèle (figure 6.3.2) : les points de longueurs optiques (ou de temps de propagation) identiques sont situés dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Il en est de même pour un faisceau de lumière parallèle qui converge au foyer image de la lentille : des impulsions lumineuses qui sont émises simultanément en différents points d'un plan perpendiculaire à la direction de propagation convergent toutes au même instant sur le foyer.

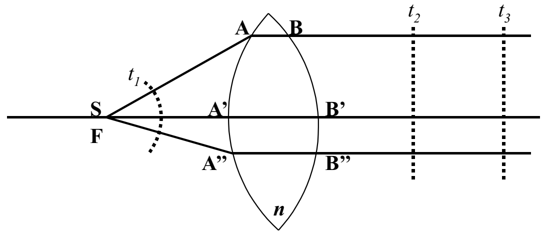

FIG. 6.6.: Point source au foyer

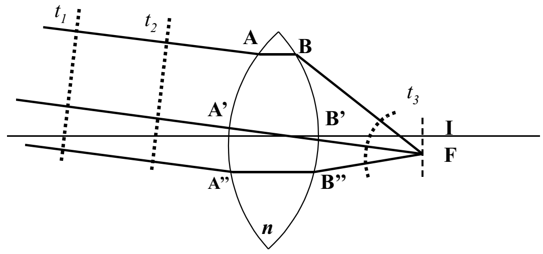

FIG. 6.7.: Focalisation d'une onde plane

De même, considérons des rayons issus d'une source à l'infini dans une direction donnée (figure **??**). Les impulsions lumineuses situées dans tout plan (P) perpendiculaire à la direction α convergent simultanément sur l'image I, située dans le plan focal image. Ceci n'est vrai que pour $\alpha << 1$, c'est-à-dire à l'approximation paraxiale (liée au stigmatisme approché des lentilles à surface sphérique).

Une brève impulsion lumineuse qui se propage se comporte dans beaucoup de phénomènes optiques comme un corpuscule de vitesse c. C'est la base de l'interprétation corpusculaire de la lumière, défendue notamment par Newton.

6.3.3. Refexion et refraction

Nous illustrons l'utilisation du théorème de Malus Dupin pour analyser la refraction d'une onde plane sur un dioptre plan

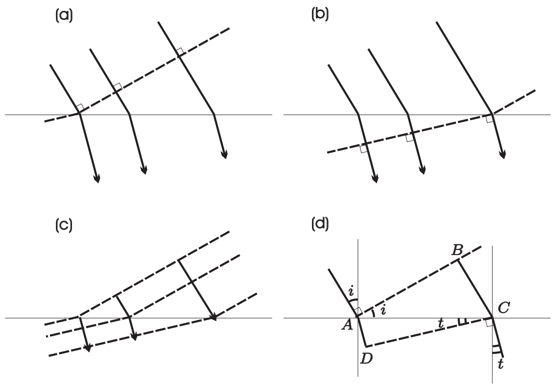

FIG. 6.8.: La refraction d'une onde plane par un dioptre. En trait plein, les rayons. En tiretés, les front d'onde. (a) : le front d'onde initial. (b) le front d'onde final. (c) : propagation du front d'onde , initial, intermédiaire et final. (d) : construction geometrique avec l'angles d'incidence i et de transmission t

D'après le théorème de Malus-Dupin, Les chemins optiques AD et BC sont indentiques soit

$$n_1 AD = n_2 BC \tag{6.11}$$

Les rayon ssont orthogonaux aux tronts d'onde, les triangle ABC et ADC sont rectangles. On reconnait dans ces triangles l'angle d'incidence θ_i et l'angle de tranmission θ_t ce qui permet de relier les cotes BC et AD à l'hypoténuse AD commune à ces deux triangles :

$$AC = \frac{BC}{\sin\theta_i} = \frac{AD}{\sin\theta_t} \tag{6.12}$$

en combinant ces deux equations on retrouve la loi de Snell-Descartes

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t \tag{6.13}$$

6.4. Le principe de Fermat

Le chemin effectivement suivi par un rayon lumineux entre deux points A et A' est, parmi tous les chemins possibles allant de A vers A', celui de chemin optique extremal (maximum ou minimum).

On sait que cet énoncé permet de retrouver les lois de l'optique géométrique (propagation rectiligne, lois de la réflexion et de la réfraction). En général, l'extremum est un minimum. On peut aussi l'exprimer en termes de propagation : *la lumière "choisit" le chemin le plus rapide.* Notons que ce chemin n'est pas nécessairement unique.

A titre d'exercice on cherchera à redémontrer les lois de Descartes grace au théorème de Fermat.