1 Réflexion et réfraction

1.1 Rappel sur la propagation dans les milieux linéaires isotropes

Equations de Maxwell dans les milieux

Dans un milieu diélectrique sans charges libres (ni courants libres) les équations de Maxwell sont les suivantes :

$$\text{div } \vec{D} = 0 \tag{1.1}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \tag{1.2}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{1.3}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \ \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{1.4}$$

Pour les milieux diélectriques linéaires homogènes isotropes, les champs $\vec{D}$ et $\vec{H}$ sont proportionnels aux champs électriques et magnétiques avec un coefficient de proportionnalité indépendant de la position.

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \tag{1.5}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}. \tag{1.6}$$

Ondes planes progressives

Dans ces milieux, les équations de Maxwell ont exactement la même forme que dans le vide, à la seule différence que les permittivités et perméabilités n'ont pas les valeurs qu'elles ont dans le vide. Considérons d'emblée des solutions de type ondes planes progressives en notation complexe :

$$\vec{E}\left(\vec{r}, t\right) = \Re\left(\vec{\mathcal{E}}_0 \ e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)}\right) \tag{1.7}$$

$$B\left(\vec{r}, t\right) = \Re\left(\vec{\mathcal{B}}_0 \ e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)}\right) \tag{1.8}$$

$$i\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{E}}_0 = 0 \tag{1.9}$$
$$i\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{B}}_0 = 0 \tag{1.10}$$
$$i\vec{k}\times\vec{\mathcal{E}}_0 = -\left(-i\omega\vec{\mathcal{B}}_0\right) \tag{1.11}$$
$$i\vec{k}\times\vec{\mathcal{B}}_0 = \varepsilon\mu\left(-i\omega\vec{\mathcal{E}}_0\right). \tag{1.12}$$

Les conclusions sont similaires à celles que l'on obtient dans le vide :

$$\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{E}}_0 = 0 \tag{1.13}$$
$$\vec{k}\cdot\vec{\mathcal{B}}_0 = 0 \tag{1.14}$$
$$\vec{\mathcal{B}}_0 = \frac{\vec{k}}{\omega}\times\vec{\mathcal{E}}_0 \tag{1.15}$$

Les ondes électromagnétiques sont transverses, c'est à dire que le champ électrique et le champ magnétique sont orthogonaux au vecteur d'onde et orthogonaux entre eux. La relation de dispersion est

$$k^2 = \varepsilon\mu\omega^2 \tag{1.16}$$

Si la permittivité et la perméabilité sont des grandeurs réelles, on a une situation identique à celle que l'on a dans le vide : des ondes planes progressives qui se propagent à une célérité $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ On définit l'indice optique comme le rapport de la vitesse de la lumière et de la vitesse de propagation

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \tag{1.17}$$

Dans le cas général, la permittivité peut être complexe, le nombre d'onde est donc complexe :

$$k = k_r + ik_i \tag{1.18}$$

On choisira pour le nombre d'onde k la racine de partie réelle positive. Si l'on prend pour exemple un vecteur d'onde dirigé selon $0z$

$$\vec{E} = \Re\left(\vec{\mathcal{E}}_0\ \exp i\left(\left(k_r + ik_i\right)z - \omega t\right)\right) \tag{1.19}$$
$$= \vec{E}_0\ e^{-k_r z}\cos\left(k_i z - \omega t + \varphi\right) \tag{1.20}$$

il s'agit d'une onde plane qui se propage à la célérité $v = \frac{\omega}{k_i}$ tout en s'atténuant (si k_r est positif) ou en s'amplifiant (si k_r est négatif).

Relations de continuité au niveau d'un dioptre

On aborde ici un aspect des milieux inhomogènes : que se passe-t-il lorsqu'une onde arrive à l'interface entre deux milieux ? On considérera ici une interface plane entre un premier milieu 1 situé dans le demi espace $z > 0$ et un second milieu 2 situé dans le demi-espace $z < 0$.

Pour analyser ce problème, il nous faut analyser ce que donnent les équations de Maxwell à l'interface des deux milieux. On obtient alors ce que l'on nomme relations de continuité. On notera de l'indice 1 les champs en $z = 0^+$ c'est à dire dans le milieu 1 juste au dessus de l'interface et de l'indice 2 les champs en $z = 0^-$. Ces relations sont :

$$\vec{D}_{N2} - \vec{D}_{N1} = \sigma \vec{n}_{12} \tag{1.21}$$
$$\vec{B}_{N2} - \vec{B}_{N1} = 0 \tag{1.22}$$
$$\vec{E}_{T2} - \vec{E}_{T1} = 0 \tag{1.23}$$
$$\vec{H}_{T2} - \vec{H}_{T1} = \vec{j}_S \times \vec{n}_{12} \tag{1.24}$$

les indices N et T correspondent aux composantes du champ normales à la surface et tangentielles. σ et $\vec{j}_S$ sont des densités surfaciques de charge et de courant $\vec{n}_{12}$ est la normale à la surface dirigée du milieu 1 vers le milieu 2.

Quelque soit la situation, la composante $\vec{E}_T$ parallèle à la surface du champ électrique $\vec{E}$ est continue, ainsi que la composante normale $\vec{B}_N$ du champ magnétique $\vec{B}$.

En l'absence de charges libres de surfaces et de courants surfaciques, la composante $\vec{D}_N$ perpendiculaire à la surface du champ $\vec{D}$ est continue, ainsi que la la composante $\vec{H}_T$ parallèle à la surface du champ électrique $\vec{H}$.

On suppose maintenant d'une part que chacun de ces milieux est homogène et isotrope et d'autre part qu'il n'y a aucune charge libre de surface ni courant libre de surface. Ces équations deviennent alors

$$\varepsilon_2 \vec{E}_{N2} - \varepsilon_1 \vec{E}_{N1} = 0 \tag{1.25}$$
$$\vec{B}_{N2} - \vec{B}_{N1} = 0 \tag{1.26}$$
$$\vec{E}_{T2} - \vec{E}_{T1} = 0 \tag{1.27}$$
$$\frac{1}{\mu_2}\vec{B}_{T2} - \frac{1}{\mu_1}\vec{B}_{T1} = 0. \tag{1.28}$$

1.2 Reflexion et transmission par un dioptre

Nous considérons deux demi espaces séparés par un dioptre plan.

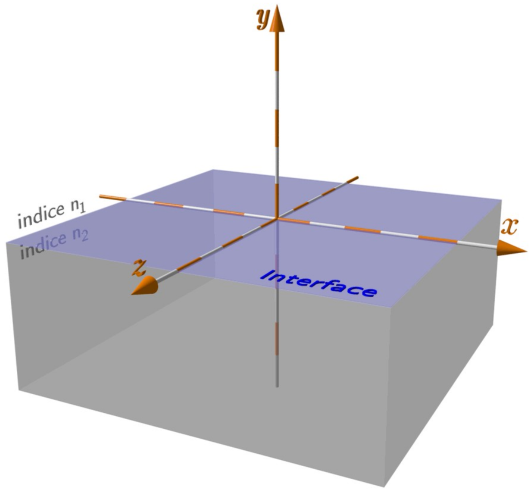

FIG. 1.1: Le dioptre est le plan xOz.. Le demi-espace correspondant à $y > 0$ est empli d'un milieu 1 d'indice optique n_1 le demi espace correspondant à $y < 0$ est empli d'un milieu d'indice optique n_2.

1.2.1 Ondes incidente, réfléchie et transmise

Nous considérons une onde plane progressive de vecteur d'onde $\vec{k}_i$ se dirigeant vers le dioptre. Le vecteur d'onde k_i fait un angle θ_i (angle d'incidence) avec l'axe $0y$ qui est normal à l'inferface. A l'interface entre les deux milieux, on constate deux phénomènes :

– Après la traversée du dioptre, l'onde est déviée. C'est le phénomène de **réfraction.** L'onde transmise est toujours une onde plane progressive. Son vecteur d'onde $\vec{k}_t$ fait un angle θ_t avec l'axe Oy.
– Une onde plane est renvoyée par le dioptre vers le milieu 1. C'est le phénomène de **réflexion**. Cette onde réfléchie est elle aussi une onde plane progressive. Son vecteur d'onde est $\vec{k}_r$ fait un angle θ_r avec l'axe Oy.

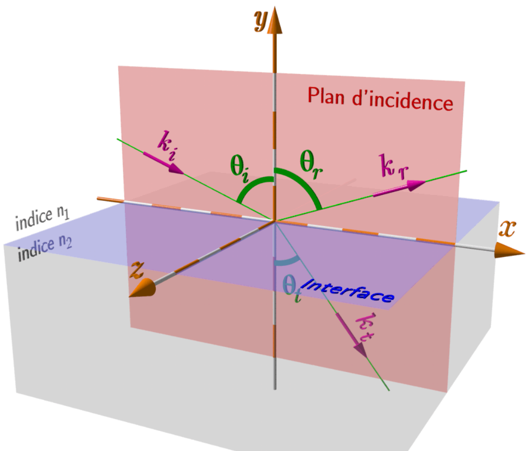

FIG. 1.2: Les vecteurs d'onde incident, transmis et réfléchi sont dans un même plan : le plan d'incidence. Ce plan est perpendiculaire à l'interface.

Notons immédiatement que les pulsations de ces trois ondes sont identiques.

Le champ électromagnétique dans les deux demi espaces.

Dans le demi-espace $y > 0$ le champ électrique $\vec{\mathcal{E}}\,(x, y > 0, z, t)$ est la superposition des champs des ondes incidente et réfléchie :

$$\vec{\mathcal{E}}\,(x, y > 0, z, t) = \vec{\mathcal{E}}_{i0} e^{i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r}-\omega t\right)} + \vec{\mathcal{E}}_{r0} e^{i\left(\vec{k}_r\cdot\vec{r}-\omega t\right)}.$$

Tandis que dans le demi espace $y < 0$, une seule onde est présente. Le champ électrique $\vec{\mathcal{E}}\,(x, y < 0, z, t)$ est donc celui de l'onde transmise :

$$\vec{\mathcal{E}}\,(x, y > 0, z, t) = \vec{\mathcal{E}}_{t0} e^{i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r}-\omega t\right)}.$$

Comme chacune des trois ondes (incidente, réfléchie et transmise) est une onde plane, le champ magnétique s'exprime simplement en fonction des vecteurs d'onde et du champ électrique. En notant α l'indice qui correspond à chacune des ondes ($\alpha = i$, r ou t) :

A savoir : De quelle équation de Maxwell provient cette relation ?

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{B}}_\alpha &= \vec{\mathcal{B}}_{\alpha 0} e^{i\left(\vec{k}_\alpha\cdot\vec{r}-\omega t\right)} = \frac{\vec{k}_\alpha}{\omega} \times \vec{\mathcal{E}}_{\alpha 0} e^{i\left(\vec{k}_\alpha\cdot\vec{r}-\omega t\right)} && (1.29) \\ &= \frac{n}{c}\frac{\vec{k}_\alpha}{|k_\alpha|} \times \vec{\mathcal{E}}_{\alpha 0} e^{i\left(\vec{k}_\alpha\cdot\vec{r}-\omega t\right)}. && (1.30) \end{aligned}$$

Les conditions de passage

Les relations de passage entre deux milieux ont été rappelées dans la section précédentes, elles sont au nombre de 4 et portes sur les composantes normales à l'interface de $\vec{D}$ et $\vec{B}$ et les composantes tangentielles de $\vec{E}$ et $\vec{H}$. En pratique, pour résoudre complètement le problème, il suffira de considérer les composantes tangentielles de $\vec{E}$ et $\vec{H}$. On peut alors vérifier que, dans le problème que nous traitons ici, si ces conditions sont remplies, il en est de même de celles qui concernent les composantes normales. Nous noterons avec la lettre T les composantes parallèles à l'interface ($\vec{E}^T$ et $\vec{H}^T$).

Attention Danger : En ce qui concerne les relations de passage, le plan important est l'interface. En ce qui concerne la caractérisation des ondes, le plan important est le plan d'incidence.

L'interface est ici le plan $y = 0$. Nous noterons $\vec{r}_0 = x\vec{e}_x + z\vec{e}_z$ les coordonnées d'un point $P\,(x, y = 0, z)$ quelconque de ce plan. Les relations de passage pour $\vec{E}$ et $\vec{H}$ ($= \frac{1}{\mu}\vec{B}$)

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}^T_{i0} e^{i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r}_0-\omega t\right)} + \vec{\mathcal{E}}^T_{r0} e^{i\left(\vec{k}_r\cdot\vec{r}_0-\omega t\right)} &= \vec{\mathcal{E}}^T_{t0} e^{i\left(\vec{k}_t\cdot\vec{r}_0-\omega t\right)} && (1.31) \\ \frac{1}{\mu_1}\left(\vec{\mathcal{B}}^T_{i0} e^{i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r}_0-\omega t\right)} + \vec{\mathcal{B}}^T_{r0} e^{i\left(\vec{k}_r\cdot\vec{r}_0-\omega t\right)}\right) &= \frac{1}{\mu_2}\vec{\mathcal{B}}^T_{t0} e^{i\left(\vec{k}_t\cdot\vec{r}_0-\omega t\right)} && (1.32) \end{aligned}$$

1.2.2 Les relations de Snell-Descartes : une condition sur le vecteur d'onde.

Ces relations doivent être vérifiées en tout point de l'interface entre ces deux milieux. Multiplions la première équation par $\exp -i\left(\vec{k}_i\cdot\vec{r}_0 - \omega t\right)$:

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}}^T_{i0} &= \vec{\mathcal{E}}^T_{t0} e^{i\left[\left(\vec{k}_t-\vec{k}_i\right)\cdot\vec{r}_0\right]} - \vec{\mathcal{E}}^T_{r0} e^{i\left[\left(\vec{k}_r-\vec{k}_i\right)\cdot\vec{r}_0\right]} && (1.33) \\ &= \vec{\mathcal{E}}^T_{t0} e^{i\left[(k_{tx}-k_{ix})x+(k_{tz}-k_{iz})z\right]} - \vec{\mathcal{E}}^T_{r0} e i^{\left[(k_{rx}-k_{ix})x+(k_{rz}-k_{iz})z\right]} && (1.34) \end{aligned}$$

Le membre de gauche de cette équation est différent de zéro et constant, il en est donc de même du membre droite. Par conséquent, les exponentielles complexes doivent elles aussi être constantes sur tout le plan $y = 0$. Par conséquent, les composantes du vecteur d'onde parallèles à l'interface du milieu sont identiques :

$$k_{ix} = k_{rx} = k_{tx}, \tag{1.35}$$

$$k_{iz} = k_{rz} = k_{tz}. \tag{1.36}$$

Supposons le vecteur d'onde de l'onde incidente dans le plan xOy ($k_{iz} = 0$), nous déduisons immédiatement que les deux autres vecteurs d'onde sont dans ce même plan ($k_{rz} = k_{tz} = k_{iz} = 0$) et nous pouvons exprimer la relation sur la composante x en fonction des nombres d'ondes $k_\alpha = \left|\vec{k}_\alpha\right|$ et des angles θ_α que font ces vecteurs d'onde avec l'axe Oy , normal à l'interface.

$$k_{\alpha x} = k_\alpha \sin\theta_\alpha, \tag{1.37}$$

$$k_i \sin\theta_i = k_r \sin\theta_r = k_t \sin\theta_t. \tag{1.38}$$

N'oublions pas qu'en outre, le module des trois vecteurs d'ondes est directement relié à la pulsation de l'onde et à l'indice du milieu dans laquelle l'onde se propage. Si nous notons $k_0 = \frac{\omega}{c}$ le nombre d'onde dans le vide. Les modules des vecteurs d'onde sont

$$\begin{aligned} \left|\vec{k}_i\right| &= \left|\vec{k}_r\right| = n_1\frac{\omega}{c} = n_1 k_0, \\ \left|\vec{k}_t\right| &= n_2\frac{\omega}{c} = n_2 k_0. \end{aligned}$$

Onde réfléchie :

L'onde réfléchie et l'onde transmise se propagent dans le même milieu, leurs vecteurs d'onde ont donc le même module. Comme, en outre, leurs composantes selon l'axe Ox sont les mêmes, nous déduisons que l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :

$$n_1 k_0 \sin\theta_i = n_1 k_0 \sin\theta_r$$

soit

$$\theta_i = \theta_r.$$

La reflexion est dite spéculaire.

Onde transmise :

Pour l'onde transmise, l'égalité des composantes selon l'axe Ox des vecteurs d'onde s'écrit :

$$n_1 k_0 \sin\theta_i = n_2 k_0 \sin\theta_t$$

ou encore :

$$n_1 \sin\theta_r = n_2 \sin\theta_t. \tag{1.39}$$

Il s'agit de la loi de Snell-Descartes. Notons que l'obtention de cette relation est valable quel que soit le type d'onde considéré : seul compte la vitesse de propagation des ondes dans les milieux considérés.

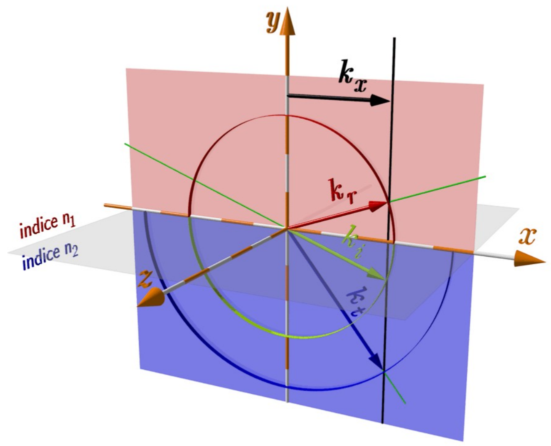

FIG. 1.3: Les vecteurs d'ondes réfléchis et transmis sont déterminés grace aux deux conditions suivantes. Le module du vecteur d'onde est proportionnel à l'indice du milieu. La composante k_x est la même pour les trois vecteurs d'ondes.

Angle critique et réflexion totale

Poursuivons en déterminant la composante selon l'axe Oy du vecteur d'onde transmis. Puisque nous connaissons le module du vecteur d'onde et sa composante selon l'axe Ox, il est immédiat de connaître la composante selon Oy :

$$k_t^2 = k_{tx}^2 + k_{ty}^2 \tag{1.40}$$

soit

$$k_{ty}^2 = k_t^2 - k_{tx}^2 = k_0^2 \left(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i\right) \tag{1.41}$$

Si $n_2 > n_1 \sin \theta_i$, k_{tz}^2 est positif et donc k_z est toujours réel.

Si $n_2 < n_1 \sin \theta_i$, k_{tz}^2 peut être négatif. Tout dépend de l'angle d'incidence que nous devons comparer à l'angle θ_c appelé angle critique et défini par

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}. \tag{1.42}$$

Si $\theta_i < \theta_c$ k_{ty}^2 est positif. Le vecteur d'onde est réel et l'onde transmise est une onde plane progressive.

Si $\theta_i > \theta_c$ k_{ty}^2 est négatif. La composante k_y est imaginaire pur. On a dans le milieu 2 une onde évanescente. Par conséquent, aucune onde plane progressive ne se propage dans le milieu 2. Nous verrons dans la section suivante que la reflexion est totale.

1.2.3 L'amplitude réfléchie : les formules de Fresnel

Les lois de Snell-Descartes permettent de déterminer la direction des ondes réfléchies et transmises. Elles ne donnent en revanche aucune informations sur les amplitudes respectives de ces ondes. Il faut pour cela expliciter les relations de passage. Pour cela nous ecrivons ces relations à l'origine des coordonnées et à l'instant $t = 0$. Ceci permet d'éliminer les facteurs de phase $\exp\left[i\left(\vec{k}_i \cdot \vec{r}_0 - \omega t\right)\right]$. Nous obtenons ainsi :

$$\mathcal{E}_{ix} + \mathcal{E}_{rx} = \mathcal{E}_{tx} \tag{1.43}$$
$$\mathcal{E}_{iz} + \mathcal{E}_{rz} = \mathcal{E}_{tz} \tag{1.44}$$
$$\mathcal{B}_{ix} + \mathcal{B}_{rx} = \mathcal{B}_{tx} \tag{1.45}$$
$$\mathcal{B}_{iz} + \mathcal{B}_{rz} = \mathcal{B}_{tz} \tag{1.46}$$

Nous distinguons maintenant deux cas selon que la polarisation de l'onde incidente est parallèle ou perpendiculaire au plan d'incidence.

Onde incidente polarisée perpendiculairement au plan d'incidence

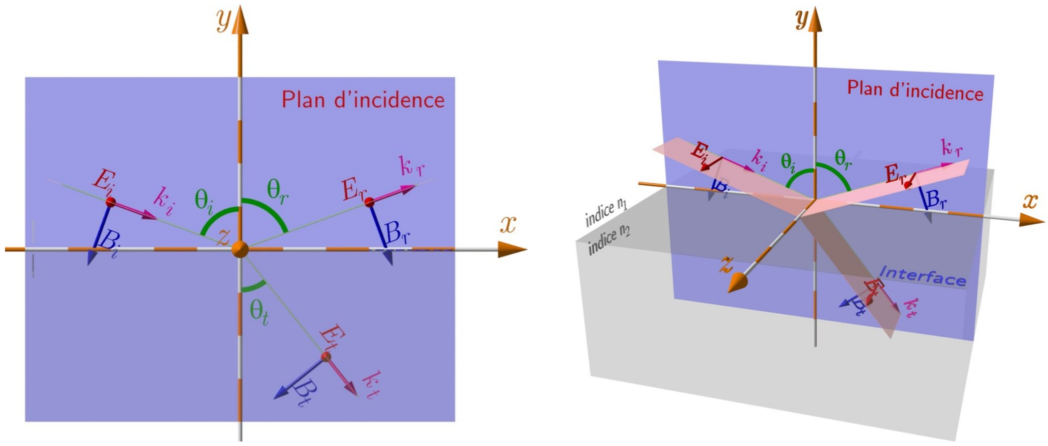

FIG. 1.4: Cas où le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence

Le champ électrique est selon l'axe Oz.il est perpendiculaire au plan d'incidence et donc parallèle à l'interface entre les deux milieux. Le champ magnétique est dans le plan $x0y$. Les composantes parallèles à l'interface des champs magnétiques incident, réfléchi et transmis sont

$$\mathcal{B}_{ix} = -\mathcal{B}_i \cos\theta_i \tag{1.47}$$
$$\mathcal{B}_{rx} = \mathcal{B}_r \cos\theta_r \tag{1.48}$$
$$\mathcal{B}_{tx} = -\mathcal{B}_t \cos\theta_t \tag{1.49}$$

Les relations de continuité sont donc

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_t \tag{1.50}$$
$$-\frac{\mathcal{B}_i}{\mu_1}\cos\theta_i + \frac{\mathcal{B}_r}{\mu_1}\cos\theta_r = -\frac{\mathcal{B}_t}{\mu_2}\cos\theta_t \tag{1.51}$$

Soit

$$\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_t, \tag{1.52}$$
$$\frac{n_1}{\mu_1}\cos\theta_i\,(\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_r) = \frac{n_2}{\mu_2}\mathcal{E}_t\cos\theta_t. \tag{1.53}$$

Nous prendrons dans la suite les perméabilités magnétiques égales ($\mu_1 = \mu_2$) en nous souvenant que lorsqu'elles sont différentes, il faut remplacer dans les formules l'indice par le rapport de l'indice et de la perméabilité.

De ces équations il ressort que les amplitudes $\mathcal{E}_r$ du champ réfléchi et $\mathcal{E}_t$ du champ transmis sont proportionnels à l'amplitude $\mathcal{E}_i$ du champ incident. Les coéfficients de proportionalités sont appelés coefficients de reflexion ($r_\perp$) et de transmission ($t_\perp$) . Ils sont définis par les relations :

$$r_\perp = \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} \tag{1.54}$$

$$t_\perp = \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_i}. \tag{1.55}$$

L'indice $\perp$ correspond à la direction de la polarisation par rapport au plan d'incidence.

Ces coefficients vérifient les équations suivantes :

$$1 + r_\perp = t_\perp \tag{1.56}$$

$$n_1 \cos\theta_i \,(1 - r_\perp) = -n_2 t_\perp \cos\theta_t \tag{1.57}$$

On en déduit

$$r_\perp = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \tag{1.58}$$

$$t_\perp = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \tag{1.59}$$

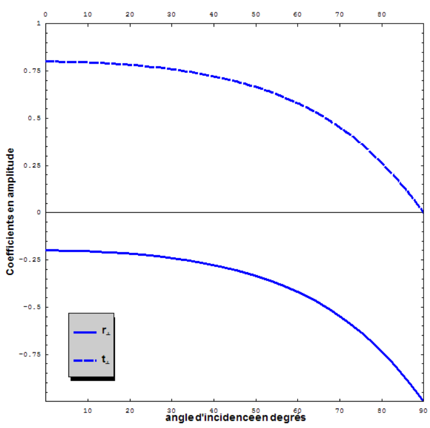

Fig. 1.5: Coefficients de reflexion et de transmission en amplitude lorsque la polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence.

Onde incidente polarisée parallèlement au plan d'incidence

Dans cette situation, les rôles des champs électrique et magnétique sont inversé.

Attention : pour ce cas, il y a deux conventions possibles pour définir le trièdre de l'onde réfléchie. Nous avons choisi celle pour laquelle il y a continuité entre les triedres

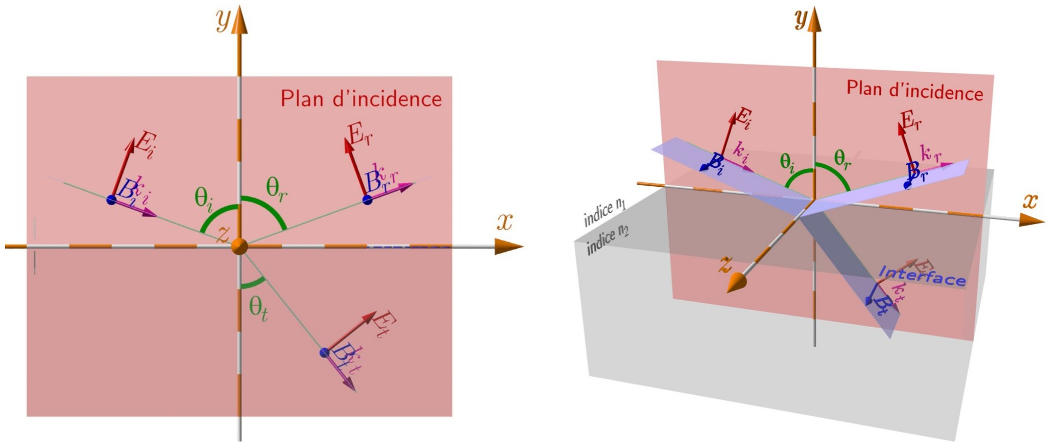

FIG. 1.6: Cas où le champ électrique est dans le plan d'incidence

lorsque l'incidence est presque tangeante à l'interface. Avec cette convention, il y a un problème à l'incidence normale car alors les directions choisies pour orienter le champ électrique sont inverses.

Le champ magnétique est selon 0_x. Le champ magnétique est dans le plan $x0z$ et les amplitudes sont

$$\mathcal{E}_{ix} = \mathcal{E}_i \cos\theta_i \tag{1.60}$$
$$\mathcal{E}_{rx} = -\mathcal{E}_r \cos\theta_r \tag{1.61}$$
$$\mathcal{E}_{tx} = \mathcal{E}_t \cos\theta_t \tag{1.62}$$

Les relations de continuité sont donc

$$\mathcal{E}_i \cos\theta_i - \mathcal{E}_r \cos\theta_r = \mathcal{E}_t \cos\theta_t \tag{1.63}$$
$$\mathcal{B}_i + \mathcal{B}_r = +\mathcal{B}_t \tag{1.64}$$

Soit

$$\cos\theta_i \left(\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_r\right) = \mathcal{E}_t \cos\theta_t \tag{1.65}$$
$$n_1 \left(\mathcal{E}_i + \mathcal{E}_r\right) = n_2 \mathcal{E}_t \tag{1.66}$$

On défini alors les coefficients de reflexion et de transmission par

$$r_{\|} = \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} \tag{1.67}$$
$$t_{\|} = \frac{\mathcal{E}_t}{\mathcal{E}_i}. \tag{1.68}$$

Ces coefficients vérifient les équations suivantes :

$$\cos\theta_i \left(1 - r_{\|}\right) = \cos\theta_t t_{\|} \tag{1.69}$$
$$n_1 \left(1 + r_{\|}\right) = n_2 t_{\|} \tag{1.70}$$

On en déduit

$$r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t} \tag{1.71}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2n_1 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \tag{1.72}$$

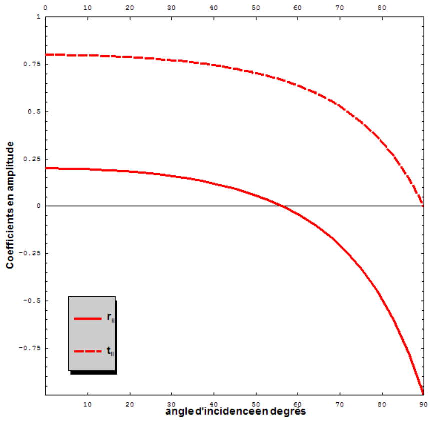

FIG. 1.7: Coefficients de reflexion et de transmission en amplitude lorsque la polarisation est perpendiculaire au pland d'incidence.

1.2.4 Discussion physique

Incidence normale

Dans le cas de l'incidence normale il n'y a pas de distinction selon la polarisation. Mais attention, à cause de la convention que nous avons choisie, lorsque le champ électrique est dans le plan d'incidence, les directions de référence pour le champ électrique sont opposées. Par conséquent un signe $-$ apparait

$$r_{\perp} = -r_{\parallel} = r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \tag{1.73}$$

$$t_{\perp} = t_{\parallel} = t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \tag{1.74}$$

La polarisation reste la même à la réflexion et à la transmission.

Lorsque l'indice du milieu sur lequel on se reflechit est plus grand que l'indice du milieu dans lequel se propage l'onde incidente, le coefficient de reflexion est négatif, c'est à dire qu'il y a un déphasage de π. Ce déphasage est nul si le milieu sur lequel on se reflechit est d'indice inférieur.

Pour une interface air verre le coefficient de reflexion est

$$r = \frac{1 - 1,5}{1 + 1,5} = -0,2 \tag{1.75}$$

c'est un coeffcient de reflexion en amplitude. SI l'on s'interesse à la puissance, c'est à dire au vecteur de Poynting il faut prendre le carré soit

$$R = |r|^2 = 0,04 \tag{1.76}$$

4% de la puissance lumineuse est réfléchie. Si l'on s'intéresse à une vitre, c'est à dire deux interfaces, la puissance réfléchie est 8% de la puissance incidente.

Incidence oblique pour $n_2 > n_1$

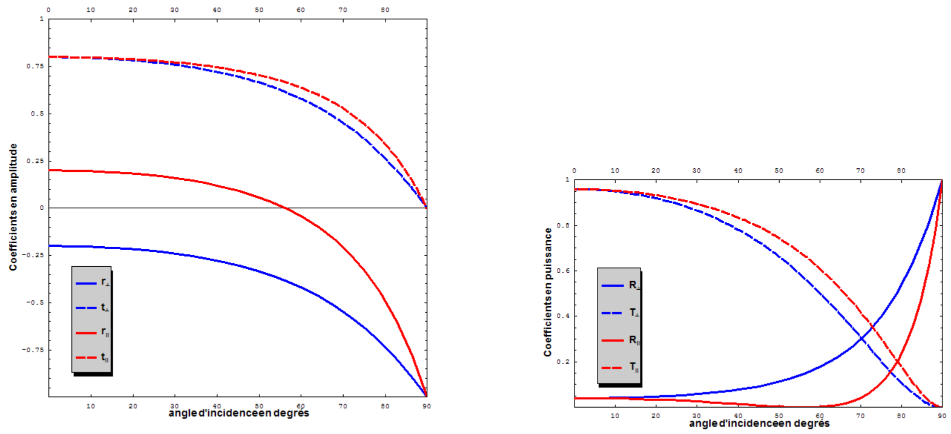

FIG. 1.8: Coefficients de reflexion et de transmission en amplitude et en puissance lorsque l'onde se propage d'un milieu peu réfringent vers un milieu plus réfringent

Dans ce cas le vecteur d'onde est toujours réel. Les coefficients de réflexion des composantes de la polarisation du champ parallèle et perpendiculaires au plan d'incidence sont différents, il y a donc un changement de polarisation à la réflexion. Le coefficient de réflexion tend vers 1 lorsque l'on se rapproche d'une incidence rasante.

Angle de Brewster Le coefficient de réflexion de la polarisation parallèle au plan d'incidence $r_{\|}$ s'annule pour une certaine valeur de l'angle d'incidence appelé angle de Brewster.θ_{Bi}

$$n_2 \cos\theta_i = n_1 \cos\theta_t \tag{1.77}$$

on multiplie par $\sin\theta_t$

$$n_2 \sin\theta_t \cos\theta_i = n_1 \sin\theta_t \cos\theta_t \tag{1.78}$$
$$\sin\theta_i \cos\theta_i = \sin\theta_t \cos\theta_t \tag{1.79}$$
$$\sin 2\theta_i = \sin 2\theta_t \tag{1.80}$$

Soit

$$2\theta_i = 2\theta_t, \qquad \text{ou} \quad \pi - 2\theta_i = 2\theta_t \tag{1.81}$$

soit

$$\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2} \tag{1.82}$$

L'angle de Brewster est l'angle pour lequel l'onde réfléchie et l'onde transmise sont perpendiculaires.

$$n_2 \cos\theta_i = n_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) \tag{1.83}$$

$$\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}. \tag{1.84}$$

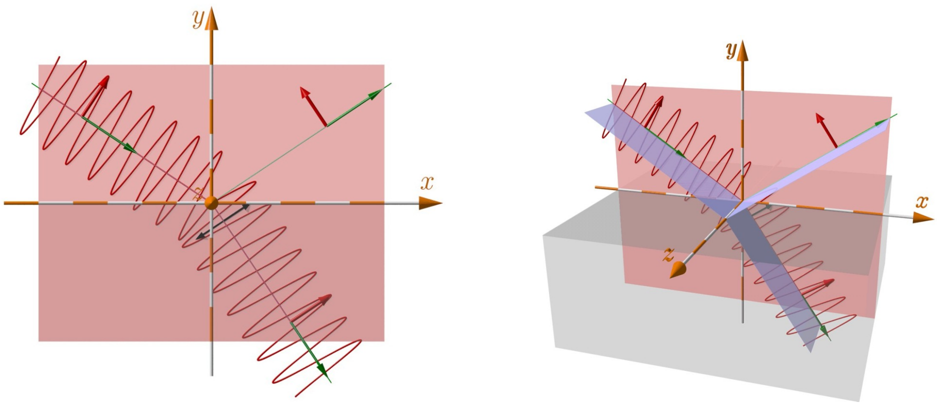

FIG. 1.9: L'angle de Brewster correspond à la situation où l'onde réfléchie et l'onde transmise sont perpendiculaires. L'onde réfléchie dans le milieu 1 est due à l'émission des dipoles du milieu 2. A l'angle de Brewster, lorsque l'onde incidente est polarisée dans le plan d'indidence, les dipoles induits dans le milieu 2 sont alignés avec la direction de l'onde réfléchie. Puisqu'un dipole n'emet pas selon son axe, cela signifie que la puissance réfléchie est nulle.

Lorsque de la lumière arrive de l'air sur une surface d'eau (indice $n = 1.5$) l'angle de Brewster est

$$\theta_B = \arctan 1.5 = 56,3^\circ$$

En revanche pour le même angle d'incidence, lorsque la polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence, la reflexion se fait sans problème

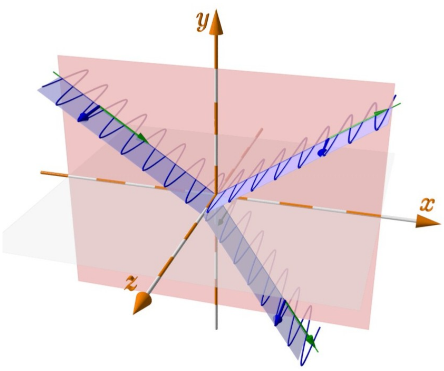

FIG. 1.10: Reflexion d'une onde polarisée perpendiculairement au plan d'incidence à l'angle de Brewster.

Incidence oblique pour $n_1 > n_2$ et $\theta_i < \theta_l$

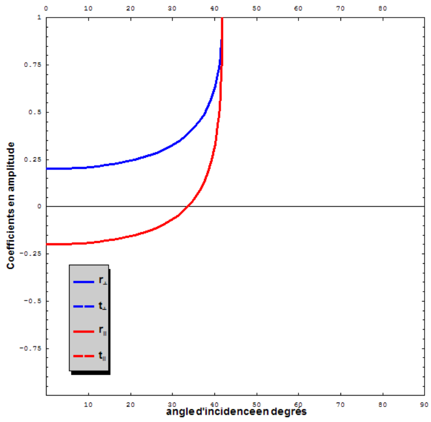

FIG. 1.11: Coefficients de reflexion et de transmission en amplitude et en puissance lorsque l'onde se propage d'un milieu réfringent vers un milieu moins réfringent.

Dans ce cas le vecteur d'onde selon z est toujours réel. Les propriétés sont similaires au cas précédent :

Les coefficients de réflexion des composantes de la polarisation du champ parallèle et perpendiculaires au plan d'incidence sont différents, il y a donc un changement de polarisation à la réflexion.

Le coefficient de réflexion tend vers 1 lorsque l'on se rapproche de l'angle critique.

On a aussi un angle de Brewster

$$\tan\theta_B = \frac{n_1}{n_2}. \tag{1.85}$$

Incidence oblique pour $n_1 > n_2$ et $\theta_i > \theta_l$: réflexion totale

Dans ce cas le vecteur d'onde selon z est imaginaire. On peut utiliser les mêmes formules que précédemment en utilisant les égalités suivantes

$$k_{tz} = k_t \cos\theta_t \tag{1.86}$$

or

$$k_{tz}^2 = k_0^2 \left(n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i\right) \tag{1.87}$$

cela donne

$$\cos^2\theta_t = \left(n_2^2 - n_1^2 \sin^2\theta_i\right) \tag{1.88}$$

on a donc les mêmes formules avec $\cos\theta_t$ imaginaire. Le module du coefficient de réflexion est 1 . La réflexion déphase l'onde.