

UE 106, Ondes : son et lumière Cours III et IV

Exemples de systèmes optiques et Généralités sur les ondes progressives

A.Ch. Levasseur-Regourd

Sources
Cours ACLR, 2005-2006
Cours JLC 2005-2006
TP microscope

Notions à retenir

Cours 3

Grandissement, puissance et grossissement d'un instrument
Longueurs d'ondes visibles et acuité visuelle, ordres de grandeur
Accommodation de l'œil ; principe des corrections usuelles
Microscope, marche des rayons, types d'objectifs et d'oculaires
Principe de l'appareil photographique et de la lunette
Propagation des rayons lumineux dans l'atmosphère et dans une fibre

Cours IV

Notion d'onde progressive
Exemples d'ondes transversales et longitudinales
Différence entre onde mécanique (exemples) et onde électromagnétique
Perturbation impulsionnelle ou sinusoïdale
Amplitude, pulsation, fréquence, période (et longueur d'onde)
Notion de fonction d'onde

III. Exemple de systèmes optiques

1. Caractéristiques des instruments optiques

Les instruments optiques sont de deux types. Les **instruments de projection**, tels l'appareil photographique, les projecteurs et bien sûr l'œil, forment à partir d'un objet une image réelle dans leur plan focal ; les **instruments oculaires**, tels la loupe, les lunettes, le microscope ou les jumelles, fournissent une image virtuelle regardée par l'œil. Les performances de ces instruments sont caractérisées par diverses grandeurs, comme le grandissement ou le grossissement.

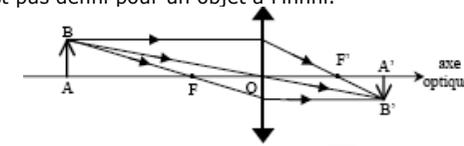
Les instruments dont il a été question ci-dessus donnent donc soit une image réelle (appareil photo) soit une image virtuelle (loupe). Dans le premier cas (image réelle), on définit le grandissement ; dans le second cas (image virtuelle), on définit surtout le grossissement.

Grandissement

Le **grandissement** γ est le rapport de la dimension (orientée) de l'image $A'B'$ d'un objet transverse, c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe optique, à celle de l'objet AB . C'est donc un nombre sans dimension.

$$\gamma = A'B' / AB$$

Le grandissement, qui est un paramètre important pour les instruments de projection, n'est pas défini pour un objet à l'infini.



Puissance

La **puissance** P d'un instrument est le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'objet au travers de l'instrument, à la dimension de l'objet, soit AB pour un petit objet transverse.

$$P = \alpha' / AB$$

La puissance a les dimensions de l'inverse d'une longueur, et s'exprime donc en dioptries.

Grossissement angulaire

Le **grossissement angulaire** G est le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'objet au travers de l'instrument, à l'angle α sous lequel on le voit sans instrument.

$$G = \alpha' / \alpha$$

L'angle α est encore appelé diamètre apparent ; pour un objet AB transverse, il correspond à l'angle entre OA et OB. Il vient, dans le cas d'un petit diamètre apparent (conditions de Gauss) :

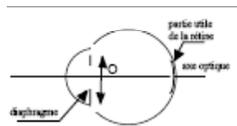
$$\tan \alpha = AB/AO \approx \alpha \text{ en radian}$$

Application à la loupe

Le plus simple des instruments d'optique, la loupe, est constitué d'une lentille convergente de petite distance focale f (typiquement de l'ordre de 2 cm). Elle donne d'un petit objet proche une image rejetée en arrière, agrandie et observable par l'œil situé au foyer image de la lentille.

Les meilleures conditions d'observation, avant d'interposer une loupe, sont réalisées lorsque A est à la distance minimale de vision distincte d , c'est-à-dire au point appelé **punctum proximum**. Il vient alors $\alpha = AB/d$. Avec la loupe, les meilleures conditions correspondent à une image à l'infini, et donc à un objet AB dans le plan focal objet de la loupe. Il vient alors $\alpha' = AB/f$. Le grossissement $G = \alpha' / \alpha$ est donc égal à d/f .

2. L'œil humain



Description physiologique sommaire

L'œil est un organe pratiquement sphérique, d'un diamètre de l'ordre de 24 mm. Il est constitué, dans le sens de parcours de la lumière des éléments suivants :

- la **cornée**
- l'**iris** qui se comporte comme un diaphragme, l'ouverture étant la pupille, d'ouverture variable entre 2 et 8 mm
- le **cristallin**, une lentille convergente qui peut de déformer grâce aux muscles ciliaires ; les cavités de part et d'autre du cristallin sont remplies de liquides, l'humeur aqueuse et l'humeur vitrée
- la **rétine** tapissée de photorécepteurs (les cônes et les bâtonnets).

L'essentiel de la réfraction se fait à l'interface air / cornée, ce que l'on vérifie expérimentalement en essayant de voir dans l'eau.

Les indices de la cornée, de l'humeur aqueuse, du cristallin et de l'humeur vitrée sont respectivement voisins de 1,38, 1,34, 1,41 et 1,34.

Longueurs d'ondes visibles

L'expérience prouve que l'œil n'est sensible qu'aux longueurs d'ondes comprises approximativement entre 400 (violet) et 700 (rouge) nm. Ces longueurs d'onde sont bien adaptées au rayonnement solaire reçu sur Terre : le rayonnement

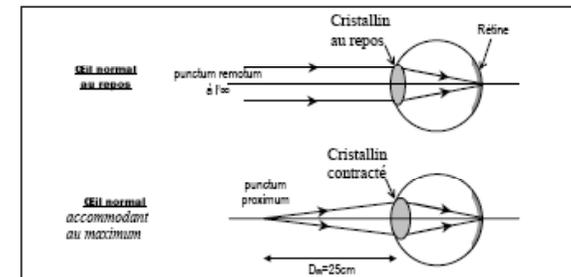
ultraviolet (en dessous de 400 nm) est coupé par l'ozone et l'oxygène atomique de l'atmosphère, et le rayonnement infrarouge (au delà de 700 nm) est bloqué par les gaz à effet de serre (vapeur d'eau et dioxyde de carbone).

Le jour, le maximum de sensibilité de l'œil se situe dans le jaune vers 550 nm. La nuit, le maximum de sensibilité glisse vers le bleu, vers 510 nm. Ce sont les **cônes** qui assurent la vision diurne, en différenciant les couleurs, à partir de trois types de cônes, sensibles aux bleus, verts et rouges.

Accommodation et vision des objets

Un objet n'est vu nettement que si son image se forme sur la rétine. Le fonctionnement de l'œil peut être simplement simulé par une lentille convergente, qui n'aurait pas les mêmes distances focales objet et image, dans la mesure où l'air et l'humeur vitrée n'ont pas les mêmes indices.

Au repos (sans déformation du cristallin), l'image d'un objet à l'infini se forme sur la rétine. Pour la vision d'un objet rapproché, la face antérieure du cristallin se bombe ; on dit alors qu'il y a **accommodation**. L'image parvient ainsi à se former sur la rétine pour des objets rapprochés jusqu'à 25 cm environ pour des sujets en dessous de la quarantaine.



Amétropies et corrections

Avec l'âge, le cristallin est moins souple et le point limite d'accommodation, le punctum proximum recule ; il en résulte une perte de la vision nette des objets rapprochés, appelée **presbytie**. D'autres défauts existent, même pour l'œil jeune, comme la **myopie** pour laquelle l'image des objets éloignés se forme en avant de la rétine, ou l'**hypermétropie** pour laquelle elle se forme en arrière de la rétine. La correction demande des lentilles divergentes dans le premier cas ou convergentes dans le second.

Limite de résolution ou acuité visuelle

La limite de résolution de l'œil, dans des conditions moyennes d'éclairage et de contraste, est de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$ radian, soit encore

$$3 \cdot 10^{-4} \cdot (180 / \pi) \cdot 60 = 1 \text{ minute d'arc.}$$

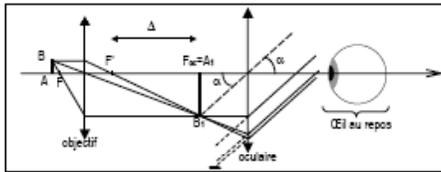
La taille de l'image rétinienne correspondante est de l'ordre de 5 μm .

Autres types d'yeux

Les yeux des insectes et de certains crustacés sont constitués d'un grand nombre d'éléments, optiquement indépendants et juxtaposés. Deux rayons lumineux provenant de deux sources différentes sont détectés séparément sur deux de ces éléments, appelés ommatidies.

Certains animaux (des serpents comme le crotale) sont sensibles au rayonnement infrarouge qui leur permet de « voir » leurs proies.

3. Le microscope



Un microscope est constitué de deux systèmes optiques, représentés schématiquement par deux lentilles convergentes. Cet ensemble donne de l'objet une image agrandie, beaucoup plus facile à observer que l'objet.

Objectifs et oculaires

Soit un petit objet éclairé de façon efficace par un système illuminateur, et situé juste en arrière de la première lentille. Celle-ci, appelée **objectif**, donne une image réelle agrandie et renversée. Il existe différents types d'objectifs, dits à sec si le milieu d'entrée est l'air ou à immersion (par exemple dans l'eau ou dans l'huile) s'il s'agit d'un liquide.

L'image intermédiaire, assez éloignée de l'objectif, est typiquement dans le plan focal objet de la deuxième lentille, appelée **oculaire** ; cette lentille joue le rôle d'une loupe ; son grossissement peut être de l'ordre de 10, 15 ou 20. L'image finale, sensiblement grossie, est alors à l'infini et renversée.

En fait, ni l'objectif ni l'oculaire ne sont des lentilles minces ; ils sont composés de lentilles accolées qui permettent de corriger au mieux certaines aberrations. Les achromats corrigent le fait que l'indice du verre dépend de la longueur d'onde du fait de la dispersion ; ils ont des distances focales égales dans le bleu et dans le rouge.

Autres types de microscopes

Pour améliorer les performances du microscope, on peut utiliser le fait que des particules élémentaires en mouvement se comportent comme des ondes. C'est le principe même du **microscope électronique**, dans lequel les lentilles sont remplacées par des lentilles électrostatiques ou magnétiques.

Il existe aussi des microscopes à effet tunnel ou à force atomique, encore plus performants pour l'étude nano-objets ; ils s'appuient sur la possibilité pour les

électrons de franchir la barrière d'énergie potentielle entre l'électrode en forme de pointe et la surface à étudier.

4. Autres instruments

L'appareil photographique

Une lentille (ou plutôt le système de lentilles, appelé objectif) donne d'un objet réel, assez éloigné (rayons quasi parallèles), une image réelle renversée sur le film photographique ou le détecteur CCD. La mise au point permet de déplacer la lentille par rapport au plan sur lequel l'image est formée. L'ouverture (le plus souvent automatique) du diaphragme permet d'ajuster le flux reçu pour éviter une sous-exposition ou une sur-exposition.

La lunette astronomique afocale

La lunette sert à l'observation d'objets très lointains, pratiquement à l'infini. Comme le microscope, elle est constituée d'un système de deux lentilles convergentes. L'objectif a une grande distance focale, soit F ; il donne d'un objet à l'infini de diamètre apparent α une image réelle dans le plan focal image de l'objectif. L'oculaire a une distance focale plus petite, soit f ; son foyer objet coïncide avec le foyer image de l'objectif, d'où le nom de lunette afocale. Il permet à l'observateur de voir une image à l'infini.

On remarque sur une figure montrant la marche des rayons que la lunette astronomique inverse l'image par rapport à l'objet, et que l'œil voit l'image sous un angle α' bien plus grand que l'angle α .

Aujourd'hui, les lunettes astronomiques sont le plus souvent remplacées par des télescopes qui collectent plus de lumière, et sont donc plus performants pour observer des objets faiblement lumineux et généralement très éloignés ; la lumière est collectée par un miroir sphérique ou parabolique, au lieu d'une lentille convergente.

5. Note complémentaire. Optique géométrique en milieu non homogène

Nous nous sommes jusqu'à présent limités à des milieux homogènes, dans lesquels les rayons se propagent en ligne droite. Il existe cependant des milieux (naturels ou non) dans lesquels la propagation ne se fait pas en ligne droite.

Optique atmosphérique, remarques observationnelles

Sur une longue route droite, par temps calme et chaud, il est possible d'observer, des sortes de flaques d'eau qui brillent sur l'asphalte, et disparaissent quand on s'en approche. Ce phénomène, relativement fréquent les jours de canicule, est un **mirage** ; il vient du fait que l'indice de l'air varie et fluctue au voisinage du sol.

Lorsqu'on regarde le soleil ou la pleine lune à leur coucher ou leur lever sur l'horizon, on constate qu'ils semblent aplatis, sous l'effet de ce qui est appelé la **réfraction atmosphérique**. En fait, l'indice de l'air augmente très légèrement

dans les basses couches atmosphériques, alors que la pression atmosphérique augmente. Les rayons lumineux ne sont plus rectilignes, mais tournent leur concavité vers les zones d'indice croissant.

Fibres optiques

Les fibres optiques présentent un intérêt considérable

- dans les montages optiques, parce que l'atténuation de la lumière y est très faible et qu'elles permettent d'éclairer des objets,
- dans les télécommunications, parce qu'elles permettent de transmettre une grande quantité d'informations.

Dans les fibres à saut d'indice, l'indice varie brutalement de n dans la zone centrale (appelée cœur) à une valeur plus faible, n' , dans la zone périphérique (appelée gaine). Tout rayon se propageant dans la région centrale subit une succession de réflexions totales. Même en présence d'une courbure sensible, la lumière se propage donc à l'intérieur de la fibre.

Aujourd'hui, les fibres les plus utilisées sont toutefois les fibres à gradient d'indice, dans lesquelles l'indice diminue de façon continue de l'axe optique vers l'extérieur. On pourrait établir, en étudiant la propagation de la lumière dans ce milieu non homogène, qu'il en résulte une trajectoire courbe des rayons qui se propagent transversalement en allant d'un bord à l'autre de la fibre.

IV. Généralités sur les ondes progressives

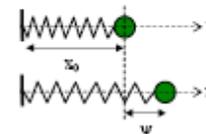
Ce chapitre, ainsi que les huit chapitres suivants, est consacré à la propagation des ondes sonores et lumineuses, et plus spécifiquement à la notion d'ondes progressives.

Nous allons tout d'abord nous intéresser aux oscillations, certes plus faciles à visualiser que celles de l'air ou d'un champ électromagnétique, du ressort. Puis nous verrons comment des ressorts couplés permettent de se représenter la propagation d'une perturbation. Enfin, nous reverrons, en les approfondissant, des notions rapidement mentionnées dans l'introduction, à savoir la vitesse de propagation, la fréquence et la longueur d'onde, ainsi que la pulsation et la période.

I. Oscillateurs harmoniques

Un oscillateur harmonique est un système dont une grandeur caractéristique présente une variation périodique dans le temps (et/ou dans l'espace). Il existe de nombreux types d'oscillateurs : ressort, pendule oscillant, circuit électrique (inductance L , condensateur C). Dans tous les cas, une grandeur physique (comme un déplacement, un angle, une tension...) évolue périodiquement au cours du temps ; elle peut être représentée par une fonction sinusoïdale.

Oscillations longitudinales d'un ressort



Soit une masse ponctuelle m attachée au bout d'un ressort de raideur k et longueur au repos l_0 . À l'équilibre, alors que la masse est en O , le poids (égal à mg) et la tension s'équilibrent. Si la masse est déplacée, elle oscille autour de cette position d'équilibre. À un instant quelconque, elle est en un point M décrit par $y(t)$ sur l'axe Oy . L'écart à la position d'équilibre y_0 est noté $\Phi = y(t) - y_0$.

Avec le principe fondamental de la dynamique en M , on obtient l'équation dite de **l'oscillateur harmonique**

$$m \frac{d^2\Phi}{dt^2} = -k\Phi, \text{ soit } \frac{d^2\Phi}{dt^2} + \omega_0^2 \Phi = 0, \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{k/m}.$$

Les solutions de cette équation différentielle du second ordre à coefficients constants sont très simples : ce sont des fonctions périodiques, encore appelées solutions harmoniques, de la forme :

$$\Phi(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

ω_0 est la **pulsation**. Multipliée par t , le temps, c'est un angle, c'est-à-dire une grandeur sans dimension. La pulsation peut donc être donnée en indiquée en

radian par seconde. Elle est égale à $2\pi \nu$, où ν est la fréquence du mouvement, ou encore à $2\pi / T$, où T est la **période** qui correspond au temps après lequel variable y reprend le même cycle de valeurs.

$$\omega_0 = 2\pi \nu = 2\pi / T.$$

A et φ sont des constantes d'intégration, qui peuvent être déterminées à partir des conditions particulières. A est l'**amplitude** ; elle a les mêmes dimensions que Φ (ici une longueur). φ est le **déphasage** ; c'est un angle, donc une grandeur sans dimension.

Généralisation

Soit plus généralement un système de dimension 1. Son énergie potentielle E_p (ou son inertie) est une fonction d'une variable d'espace (y dans l'exemple précédent). Les extrema de la fonction $E_p(y)$ correspondent aux positions d'équilibre du système. Si $dE_p(y_0) / dy = 0$, alors il existe une position d'équilibre en $y = y_0$.

Les positions d'**équilibre stable** correspondent aux minima (locaux) de $E_p(y)$, soit aux positions telles que $dE_p(y_0) / dy = 0$ et $d^2E_p(y_0) / dy^2 > 0$.

L'énergie potentielle est contrebalancée par une force de retour. Avec $\Phi = (y - y_0)$, écart à la position d'équilibre, il vient encore, avec le principe fondamental de la dynamique :

$$m \, d^2\Phi / dt^2 = -k\Phi$$

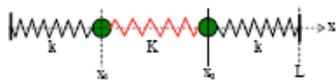
Tous les systèmes évoluant autour d'une de leur position d'équilibre stable ont un mouvement régi par l'équation de l'oscillateur harmonique (pourvu que l'on puisse linéariser l'équation du mouvement réel au voisinage de la position d'équilibre). Un système écarté de sa position d'équilibre y retourne en oscillant autour de cette position.

Remarque

La solution correspond à un mouvement perpétuel d'oscillations. Il n'y a pas de termes dissipatifs, c'est-à-dire de frottements. Cette solution n'est acceptable que lorsque les temps caractéristiques de l'amortissement du système sont longs devant la période d'oscillation, $T = 2\pi/\omega_0$.

2. Notion de couplage

Considérons maintenant deux oscillateurs, par exemple deux ressorts horizontaux (1 et 2) identiques, de raideur k . Introduisons un couplage entre ces oscillateurs, en les reliant par un troisième ressort (de longueur au repos L_0 et de raideur K). Le ressort central introduit un couplage entre les deux mobiles, c'est-à-dire que les mouvements des ressorts 1 et 2 ne sont plus indépendants.



Dans une chaîne d'oscillateurs couplés, le déplacement d'un mobile induit une force qui agit sur ses plus proches voisins, les mettant en mouvement. Ces mouvements induisent de nouvelles forces, donc de nouveaux déplacements. La déformation des ressorts entre mobiles se propage de proche en proche, en créant une onde de déformation. L'existence de deux grandeurs (déplacement et forces ici) qui s'induisent mutuellement est à la base du phénomène de propagation. L'équation qui décrit les forces subies par les oscillateurs en fonction de la position des oscillateurs voisins, et qui caractérise donc la propagation de la déformation de la chaîne d'oscillateur, est appelée **équation de propagation**. Les fonctions $\Phi_n(y,t)$ solutions de cette équation sont appelées **fonctions d'onde**. Elles décrivent l'état de la chaîne au point y et à l'instant t .

Cas de la propagation du son dans les solides

La chaîne d'oscillateurs couplés élastiquement constitue une modélisation simple d'un ensemble d'atomes dans un solide. En effet, on peut considérer un solide comme un empilement régulier d'atomes qui peuvent vibrer autour de leur position d'équilibre vers laquelle ils sont rappelés avec une force élastique (au moins dans la mesure où l'amplitude des vibrations reste faible, ce qui correspond à un régime linéaire).

Si on cherche à décrire la propagation du son dans un solide à l'aide de ce modèle, on constate que les longueurs d'ondes des ondes qui vont se propager sont très grandes devant la distance inter-atomique. Ainsi, avec une vitesse de propagation dans un milieu matériel de 1000 m/s pour un son de fréquence 3000 Hz, on trouve avec la relation $\lambda = v/\nu$, une longueur d'onde de 0,33 m.

3. Ondes progressives et fonction d'onde

Définitions

On appelle **onde progressive** une perturbation d'un état d'équilibre qui se propage en s'éloignant de la source qui l'a générée. Ces ondes, comme on l'a déjà dit, transportent de l'énergie sans transporter de matière : le rayonnement solaire peut produire des coups de soleil sans déplacement de matière, et un son intense peut faire mal aux oreilles, sans déplacement d'air (vent).

Le cas le plus simple est celui d'une onde scalaire, qui se propage seulement sur un axe, comme une onde sur une corde. La perturbation peut par exemple être impulsionnelle ou encore sinusoïdale.



Il existe deux types d'ondes

- les **ondes transversales**, pour lesquelles la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation ; c'est le cas des vagues, de la corde pincée, des ondes électromagnétiques.

- les **ondes longitudinales**, pour lesquelles la perturbation est dans la direction de propagation ; c'est le cas du ressort pincé, du mouvement de l'air engendré par la membrane d'un haut parleur.

Exemples

Les vagues ou les ondes sonores sont des **ondes mécaniques** (ou matérielles), la perturbation correspond à une déformation locale d'un milieu matériel (solide ou fluide).

Les **ondes électromagnétiques**, on l'a vu, n'ont pas besoin d'un milieu matériel pour se propager. La perturbation correspond alors à la déformation d'un ensemble de deux champs perpendiculaires, **E** et **B**.

Fonction d'onde ϕ

La grandeur de la perturbation qui se propage peut varier en fonction du point de l'espace considéré et du temps. En un point de l'espace (x,y,z) et à l'instant (t) , elle est donc en général représentée par une fonction de 4 variables, $\phi(x,y,z,t)$, encore appelée **fonction d'onde**.

Si on connaît les conditions initiales, c'est-à-dire la forme de la perturbation à l'instant t_0 initial, à une position x_0 initiale, alors la connaissance de l'équation d'onde permet de trouver la forme et la position de l'onde à un instant ultérieur.

Nous considérerons ici le cas où la perturbation se propage sans changer de forme, c'est-à-dire où la propagation dans le milieu ne modifie pas la forme de la perturbation. On dit encore que le milieu est non dispersif.

Pour simplifier les notations, nous nous placerons dans un milieu de dimension 1 (1 D). la perturbation au point d'abscisse x et au temps t s'écrit $\phi(x,t)$. Cette onde se propage selon les x croissants ou décroissants, à une vitesse v , et sans déformation.

Par conséquent, si l'onde est en x au bout d'un temps t , au temps $t = 0$:

- elle était en $(x-vt)$ si elle se propage dans le sens des x croissants, et on doit avoir $\phi(x,t) = \phi(x-vt,0)$
- ou bien elle était en $(x+vt)$ si elle se déplace vers les x décroissants, et on doit avoir $\phi(x,t) = \phi(x+vt,0)$.

$\phi(x,t)$ est ce qu'on appelle une **fonction de deux variables**, une variable d'espace, x , et une variable de temps, t . Toutefois, $\phi(x,t)$ est égale à $\phi(x-vt,0)$ ou bien à $\phi(x+vt,0)$. Elle est donc fonction d'une seule variable globale $p = (x-vt)$ ou bien $q = (x+vt)$.